TIPOS DE FUNÇÕES DE 1ª E 2ª ORDEM

1) FUNÇÕES BÁSICAS: NÃO SÃO FUNÇÕES DE FILTROS PROPRIAMENTE DITOS MAS SÃO USADAS PARA GERAR FUNÇÕES COMPLEXAS

INTEGRADOR

DIFERENCIADOR

2) FUNÇÕES DOS FILTROS SELETORES

PASSA-BAIXA DE 1ª ORDEM

PASSA-BAIXA DE 2ª ORDEM

PASSA-ALTA DE 1ª ORDEM

PASSA-ALTA DE 2ª ORDEM

PASSA-FAIXA DE 2ª ORDEM

REJEITA-FAIXA DE 2ª ORDEM

PASSA-BAIXA "NOTCH" DE 2ª ORDEM

PASSA-ALTA "NOTCH" DE 2ª ORDEM

3) OUTRAS FUNÇÕES DE FILTROS

EQUALIZADOR DE FASE DE 1ª ORDEM

EQUALIZADOR DE FASE DE 2ª ORDEM

EQUALIZADOR DE ÁUDIO

REFORÇO DE GRAVES

REFORÇO DE AGUDOS

INTERPRETAÇÃO GEOMÉTRICA DA MAGNITUDE E DA FASE

Seja $$T(s) = T_0 \frac{(s-z_1)\cdots(s-z_m)}{(s-p_1)\cdots(s-p_n)}.$$ Logo

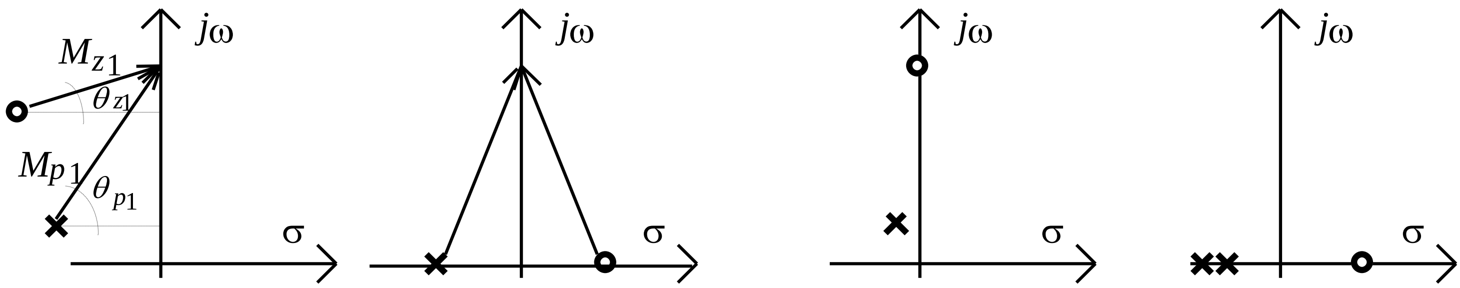
$$T(\omega) = T_0 \frac{(j\omega - z_1)\cdots(j\omega - z_m)}{(j\omega - p_1)\cdots(j\omega - p_n)}$$

$T(\omega)$ Pode ser escrita como

$$T(\omega) = T_0 \frac{M_{z1}\cdots M_{zm}\; e^{j(\theta_{z1}+\cdots+\theta_{zm})}}{M_{p1}\cdots M_{pn}\; e^{j(\theta_{p1}+\cdots+\theta_{pn})}}$$

$M_{z1}\cdots M_{zm}$ e $\theta_{z1}\cdots\theta_{zm}$ (mag. as fases dos zeros)

$M_{p1}\cdots M_{pn}$ e $\theta_{p1}\cdots\theta_{pn}$ (mag. as fases dos polos).



(a) (b) c) (d)

(b) AP

(c) RF filtros com pólos muito próximos do eixo $j\omega$.

(d) sob o ponto de vista da mag. o sistema se comporta como um de ordem 1

(Comentar sobre funções de fase mínima e sobre a Transformada de Hilbert)

REDES ELÉTRICAS E SUAS CARACTERÍSTICAS DE FILTROS SELETORES.

INTERPRETAÇÃO DE SINGULARIDADES NO DOMÍNIO FREQÜÊNCIA.

Funções de 1ª e 2ª ordem.

Filtros seletores possuem pólos no sple aberto e os zeros estão sobre o eixo $j\omega$.

Tipo de função que não é a de um filtro seletor propriamente dito é o AP. Será visto aqui porque alguns projetos incluem requisitos de fase.

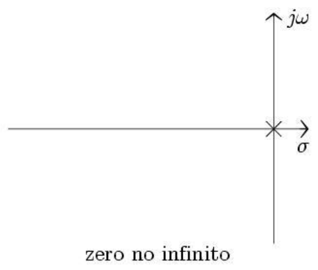
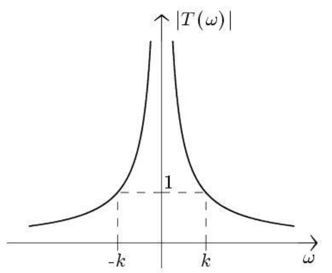
As funções de 1ª e 2ª ordem que serão apresentadas abrangem toda a gama de possibilidades de:

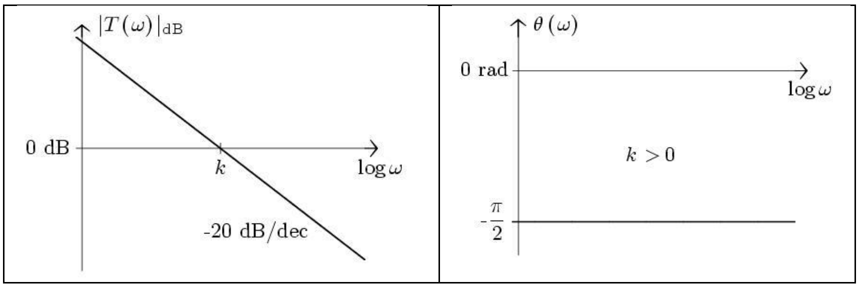
Filtros polinomiais (BT, CB, etc.) cujas funções PB possuem todos os zeros de transmissão no infinito,

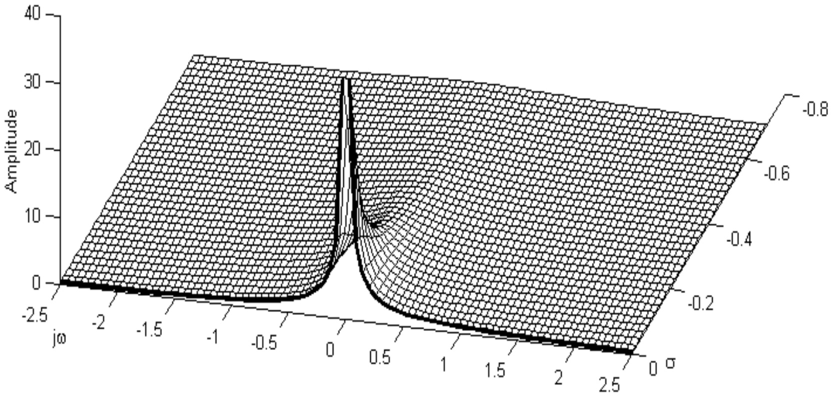
Não polinomiais (Cauer, etc.) que possuem zeros de transmissão finitos.

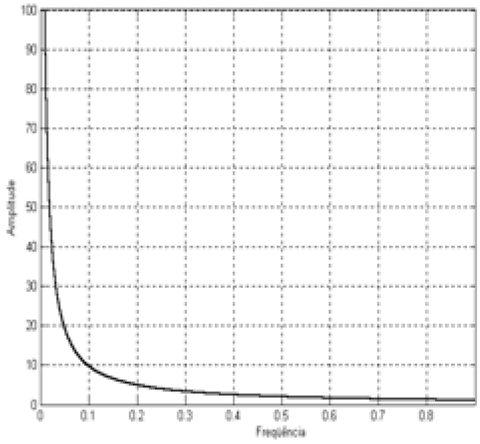
FUNÇÕES DE PRIMEIRA ORDEM

INTEGRADOR

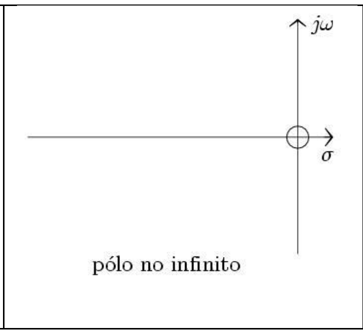
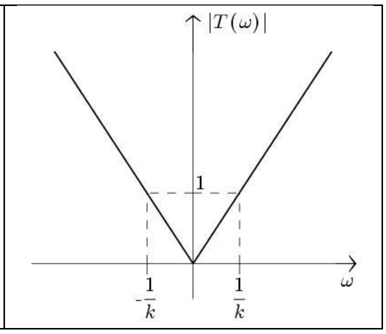
INTEGRADOR $\frac{K}{s}$		

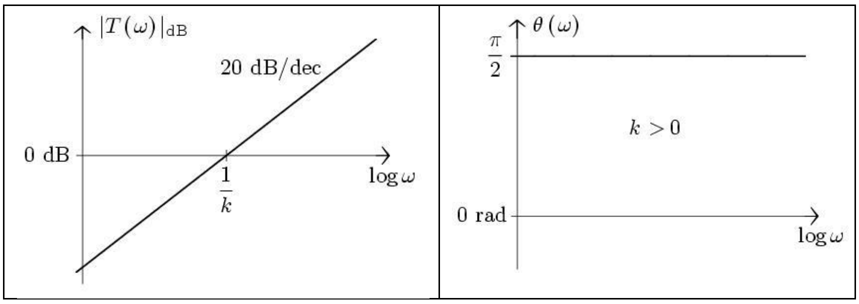


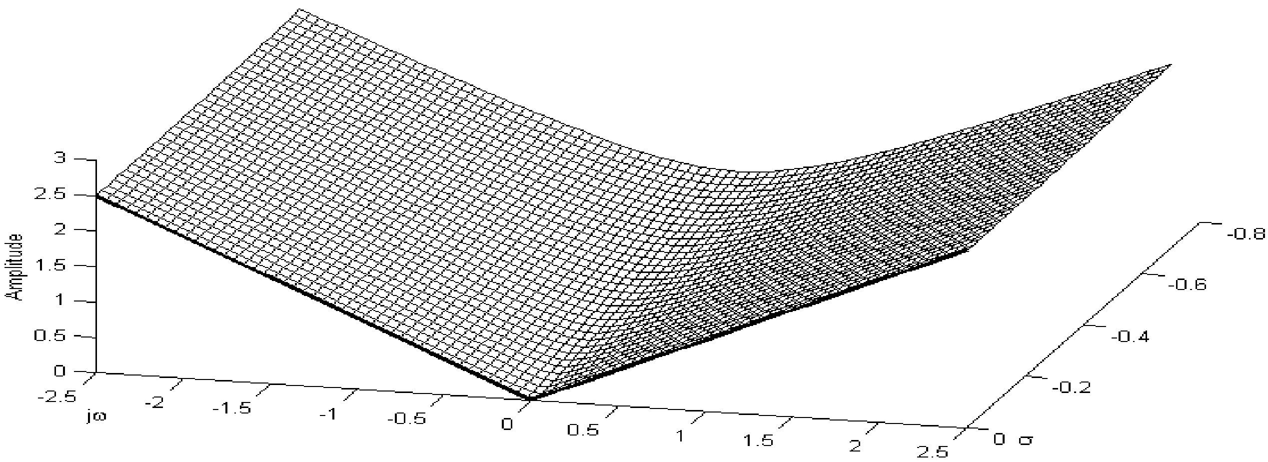




DIFERENCIADOR

DIFERENCIADOR Ks		

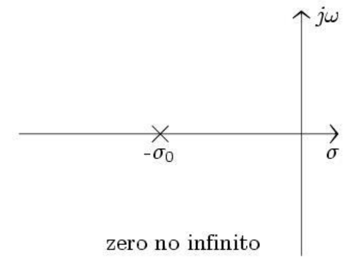


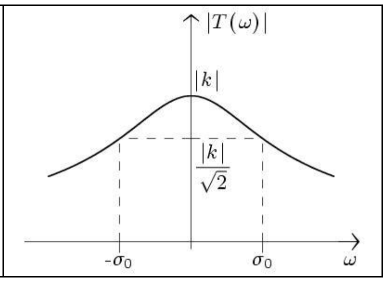


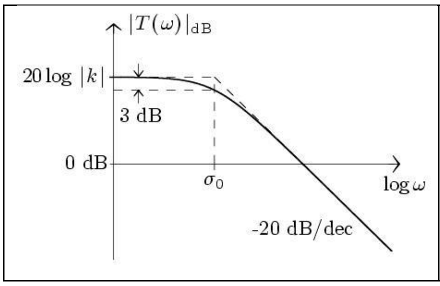
PB DE PRIMEIRA ORDEM

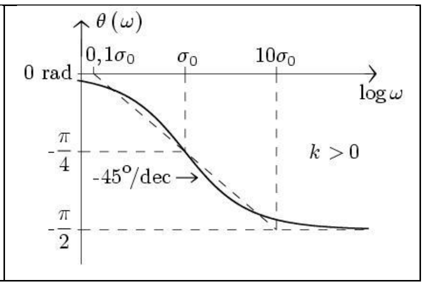
PASSA-BAIXA
1ª ORDEM

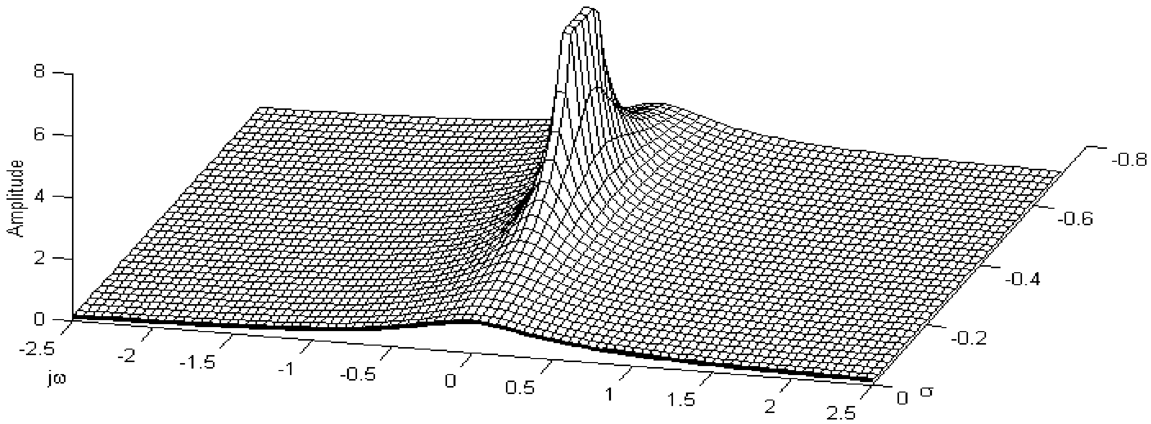
$$\frac{K\sigma_0}{s+\sigma_0}$$

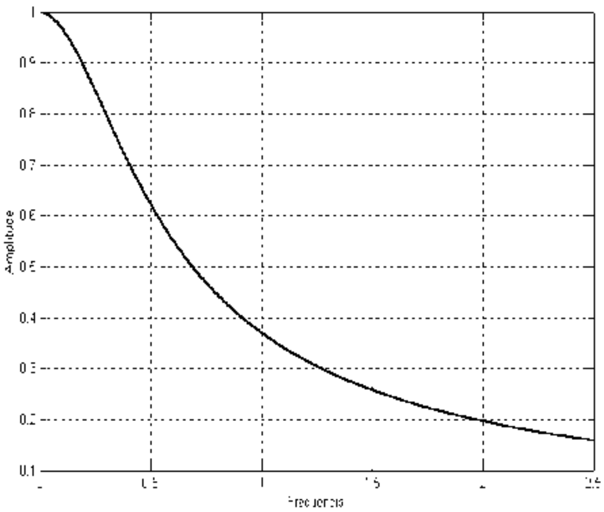








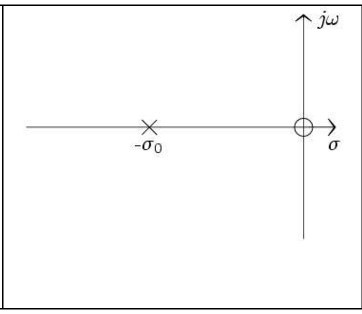


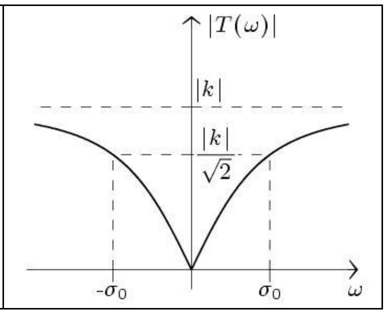


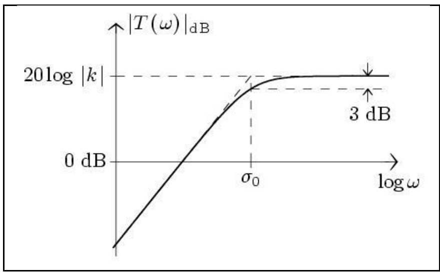
PA DE PRIMEIRA ORDEM

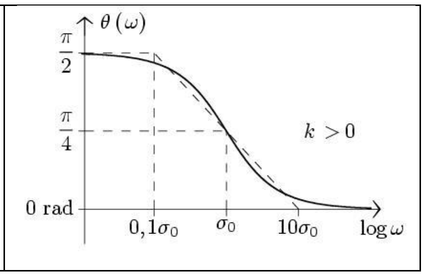
PASSA-ALTA
1ª ORDEM

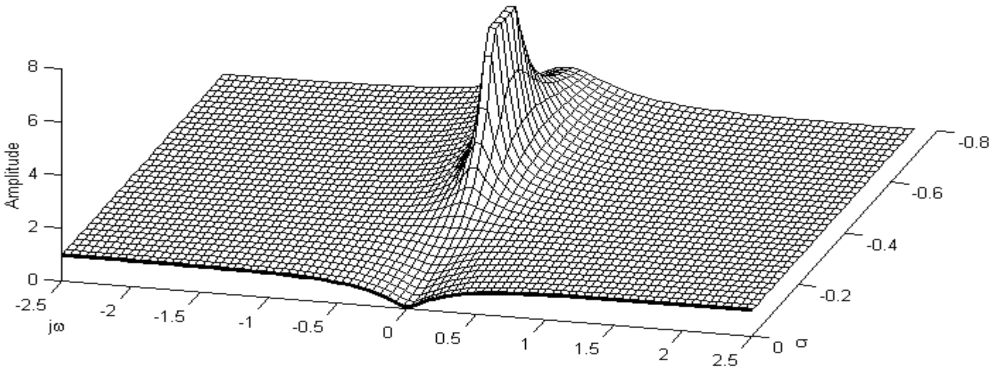
$$\frac{Ks}{s+\sigma_0}$$

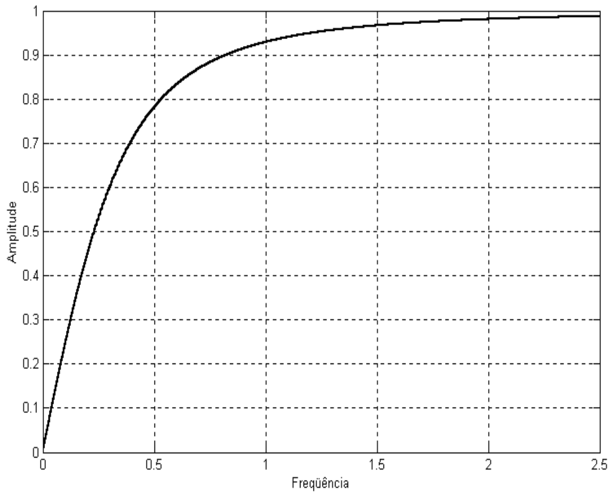








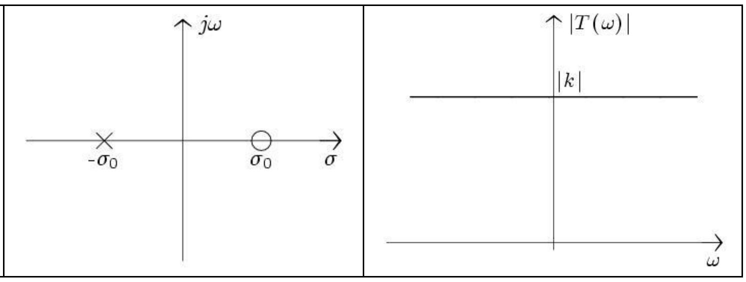


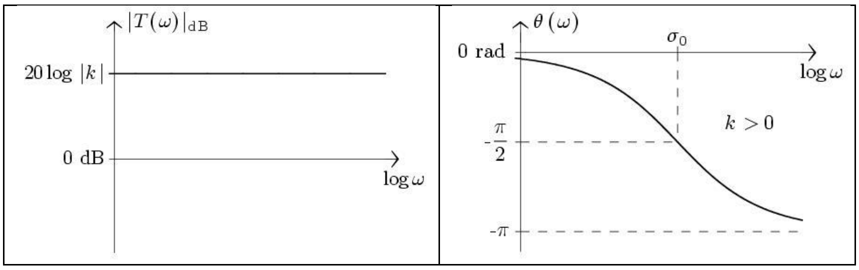


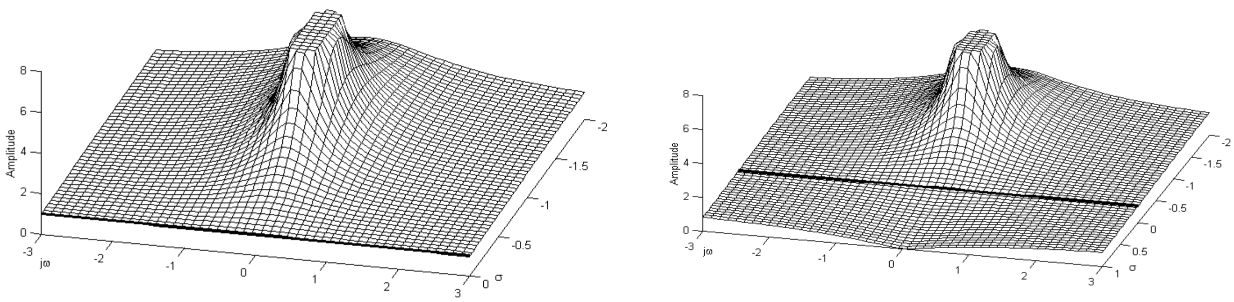
AP DE PRIMEIRA ORDEM

ALL-PASS
$1^{\underline{a}}$ ORDEM

$$\frac{K(-s+\sigma_0)}{s+\sigma_0}$$



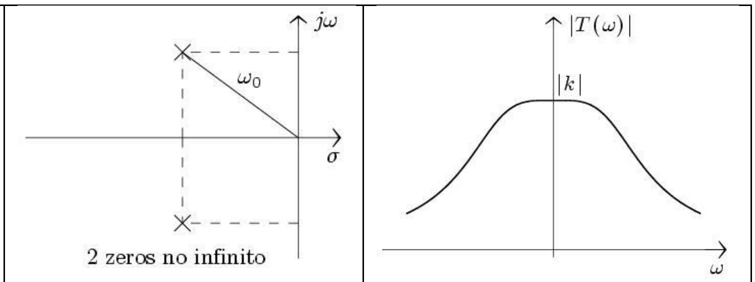


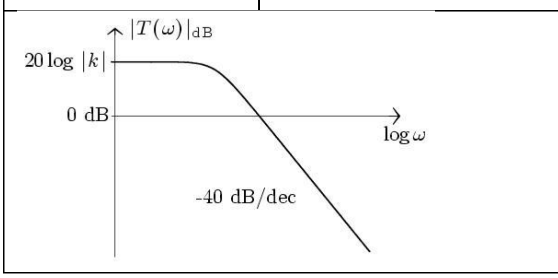


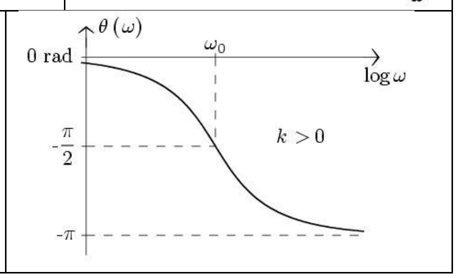
FUNÇÕES DE SEGUNDA ORDEM

PASSA-BAIXA
$2^{\underline{a}}$ ORDEM

$$\frac{K\omega_0^2}{s^2+(\omega_0/Q)s+\omega_0^2}$$

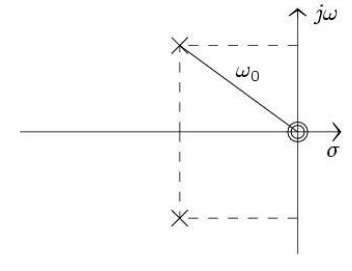


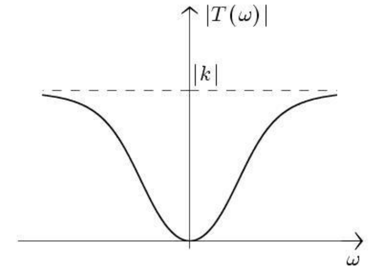


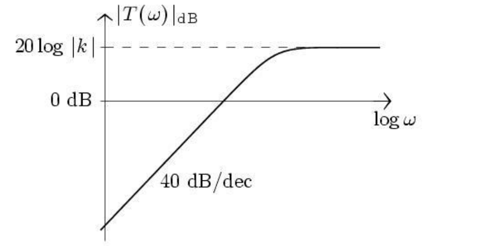


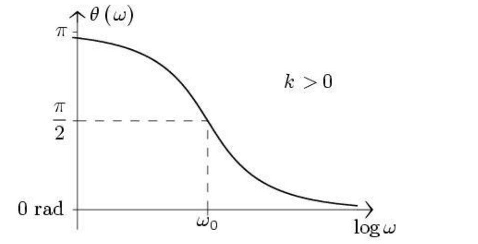
PASSA-ALTA
2ª ORDEM

$$\frac{Ks^2}{s^2 + (\omega_0/Q)s + \omega_0^2}$$



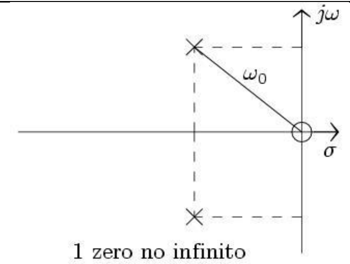


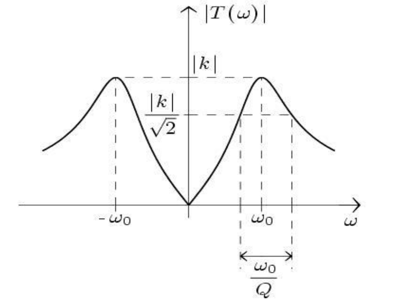


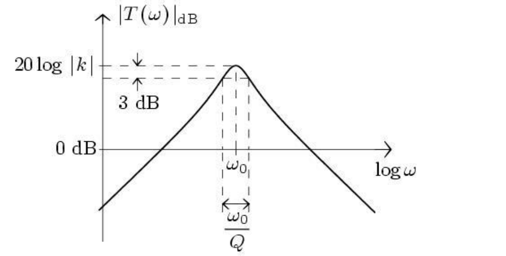


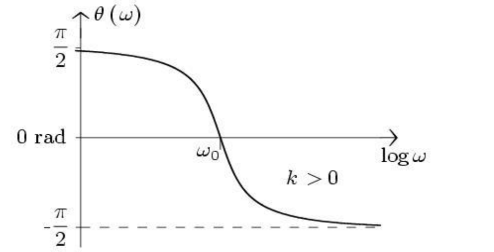
PASSA-FAIXA

$$\frac{K(\omega_0/Q)s}{s^2 + (\omega_0/Q)s + \omega_0^2}$$





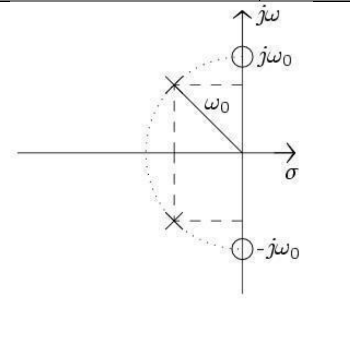


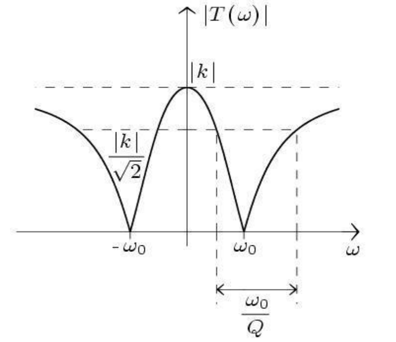


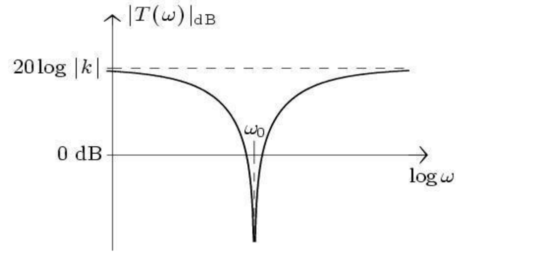
REJEITA-FAIXA

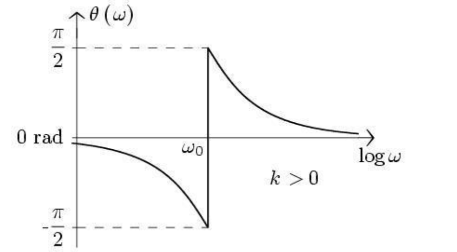
$$\frac{K(s^2 + \omega_z^2)}{s^2 + (\omega_0/Q)s + \omega_0^2}$$

$$\omega_z = \omega_0$$





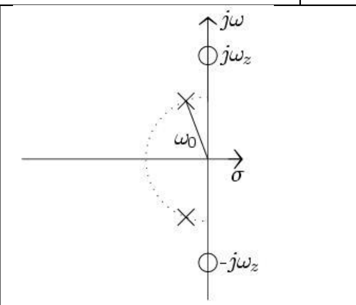


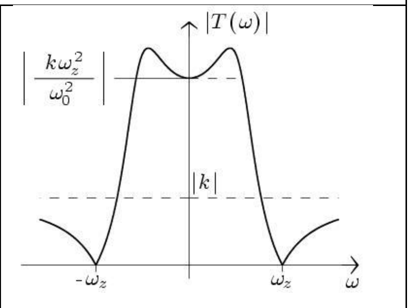


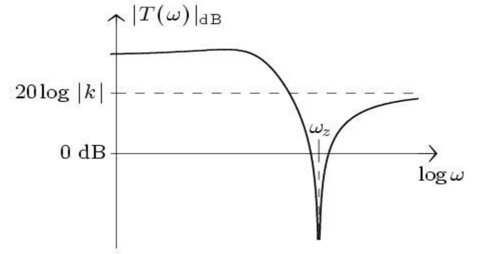
PASSA-BAIXA
NOTCH

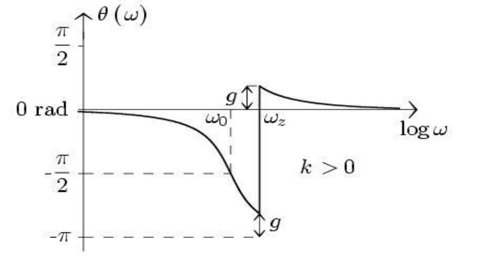
$$\frac{K(s^2 + \omega_z^2)}{s^2 + (\omega_0/Q)s + \omega_0^2}$$

$$\omega_z > \omega_0$$





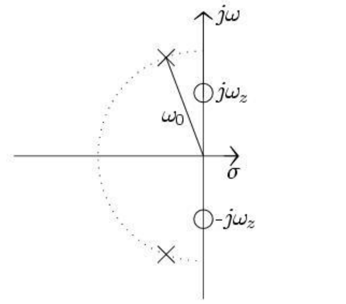


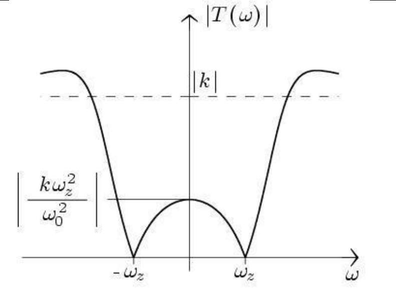


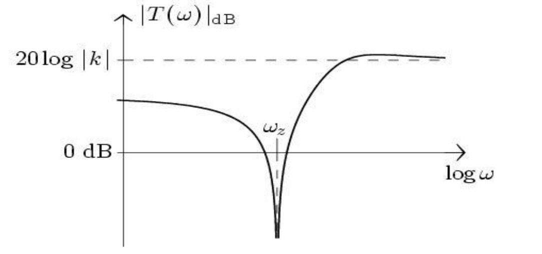
PASSA-ALTA NOTCH

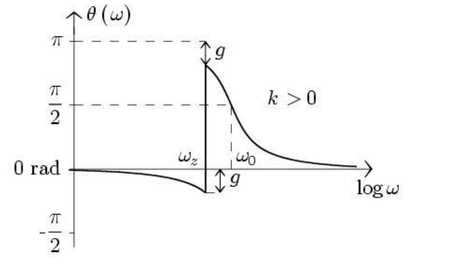
$$\frac{K(s^2+\omega_z^2)}{s^2+(\omega_0/Q)s+\omega_0^2}$$

$$\omega_z<\omega_0$$



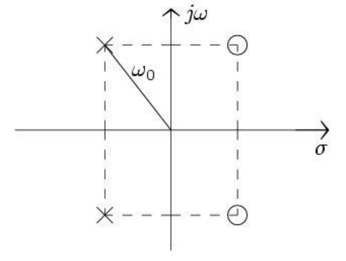


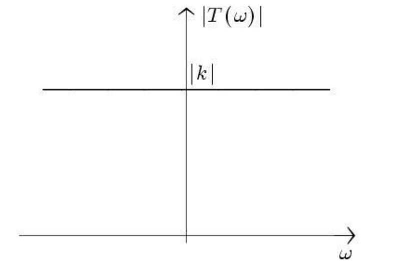


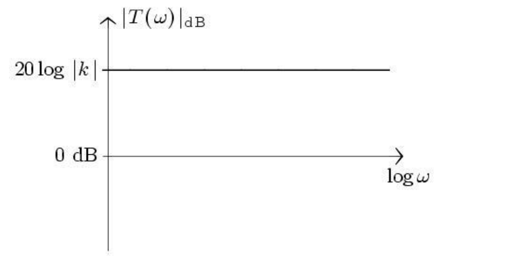


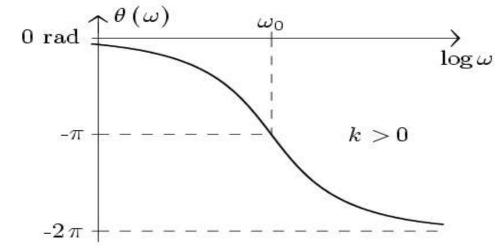
EQUALIZADOR DE FASE (AP) 2ª ORDEM

$$\frac{K(s^2-(\omega_0/Q)s+\omega_0^2)}{s^2+(\omega_0/Q)s+\omega_0^2}$$





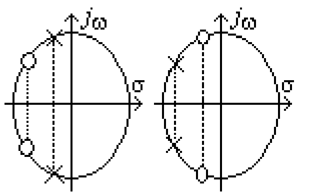


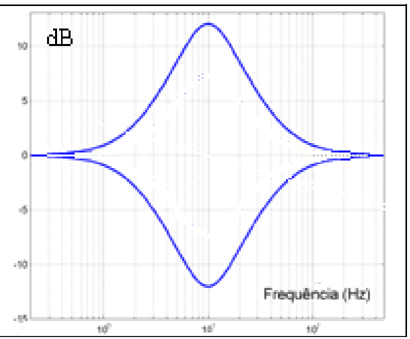


EQUALIZADOR BUMP 2ª ORDEM

$$\frac{K(s^2+(\omega_0/Q_Z)s+\omega_0^2)}{s^2+(\omega_0/Q_p)s+\omega_0^2}$$

$Q_p>Q_Z$ BOOST | $Q_Z>Q_p$ CUT



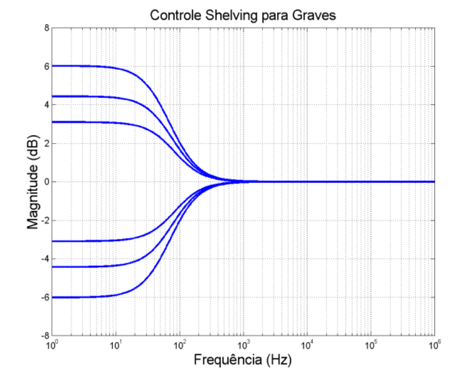


EQUALIZADOR SHELVING REFORÇO E ATENUAÇÃO DE GRAVES

$$T(s)=\frac{s+A}{s+B}$$

A > B ∴ boost (amplificação)

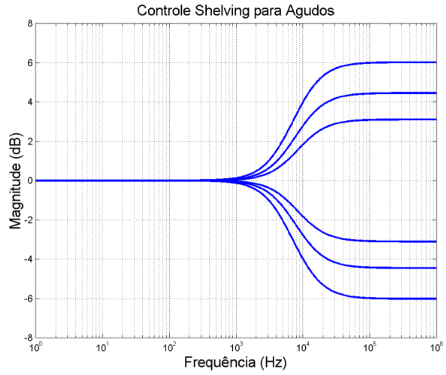
A < B ∴ cut (atenuação)



EQUALIZADOR SHELVING
REFORÇO E ATENUAÇÃO DE AGUDOS

$$T(s)=\frac{Cs+1}{Ds+1}$$ C > D $\therefore$ boost (amplificação)

C < D $\therefore$ cut (atenuação)



ESTUDO DO PASSA-BAIXA

1ª Ordem

Forma geral de um PB n=1: $T(s)=\dfrac{K\sigma_0}{s+\sigma_0}$

Assíntota de $-6\text{dB}/\text{o}$ ou $-20\text{dB}/\text{dec}$ no diagrama de Bode de mag.

Diferenças entre os diagramas assintóticos e as curvas reais.

Freqüência	$0{,}1\,\sigma_0$	σ_0	$10\,\sigma_0$
Δ em dB	$-0{,}043$	$-3\,\text{dB}$	$-0{,}043$
Δ em graus	$-5{,}71$	0	$5{,}71$

A fase é dada por:

$$\theta(\omega)=-\text{tg}^{-1}\left(\frac{\omega}{\sigma_0}\right)\pm\frac{\pi}{2}\left(1-\operatorname{sgn}K\right)$$

Supondo $K>0$,

Para $\omega \ll \sigma_0$, $\theta(\omega)\approx 0$

Para $\omega \gg \sigma_0$, $\theta(\omega)\Rightarrow 90^0$.

Na frequência do polo, $\theta(\omega)\cong 45^0$.

2ª Ordem
Influência da Variação dos parâmetros

Forma geral de um PB com n=2 $\dfrac{K\omega_0^2}{s^2+(\omega_0/Q)s+\omega_0^2}$

Apresenta 2 zeros no infinito e 2 pólos finitos e possui 3 parâmetros:
Ganho em BF = **K**
Frequência ω_0
Fator de qualidade dos pólos **Q**
A influência destes parâmetros será estudada a seguir.

Se a função apresenta polos reais em $-\sigma_1$ e $-\sigma_2$

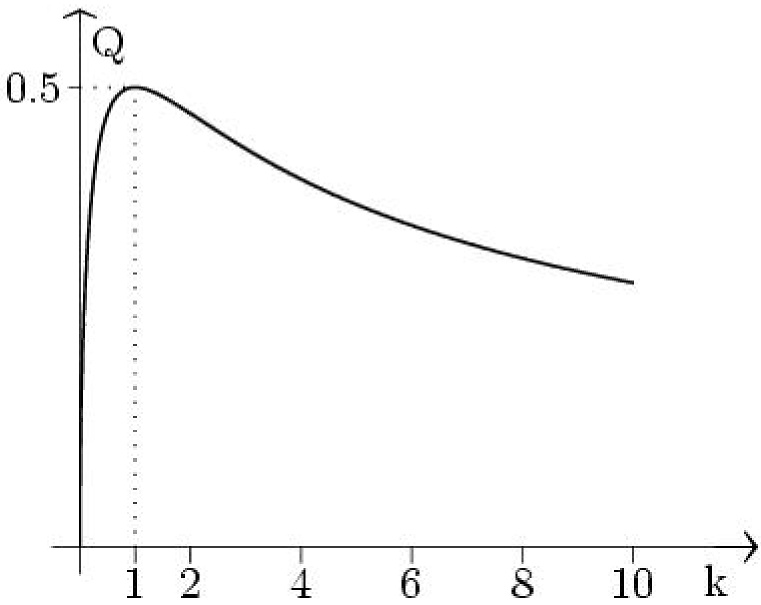
$$(s+\sigma_1)(s+\sigma_2) = s^2 + (\sigma_1+\sigma_2)s + \sigma_1\sigma_2$$

e $$\omega_0 = \sqrt{\sigma_1\sigma_2}$$

é a média geométrica das frequências dos pólos.

Se os pólos são reais, os valores de Q estão compreendidos na faixa $0 < Q \leq 0,5$

para $\sigma_1 = k\sigma_2$ $\qquad Q = \sqrt{k}/(k+1)$)



Fator de qualidade Q como função de $\boldsymbol{k}$ (pólos reais)

Para Q=0,5 tem-se um pólo real duplo em $-\omega_0$.

Se a função apresenta pólos complexos $-a+bj$ e $-a-bj$

Porque os pólos complexos aparecem sempre conjugados?

$$\frac{K\omega_0^2}{s^2+(\omega_0/Q)s+\omega_0^2}$$

$$(s+a-bj)(s+a+bj)=s^2+2as+a^2+b^2$$

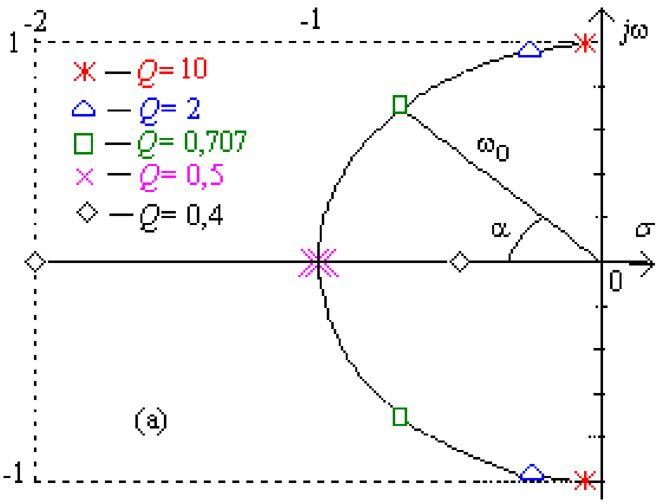
e $$\omega_0=\sqrt{a^2+b^2}$$

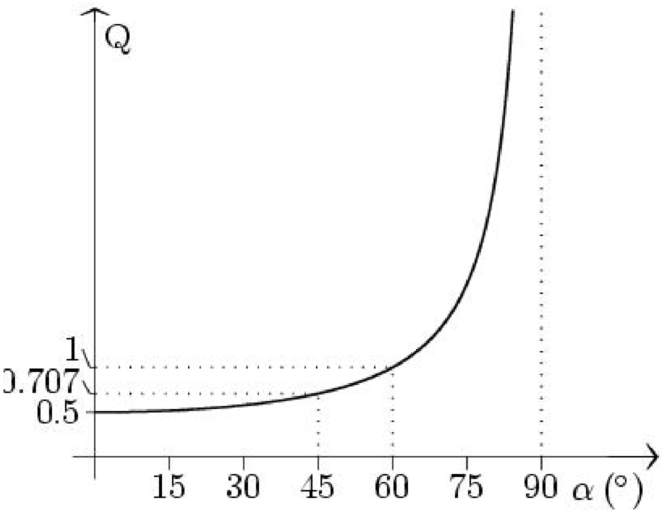
É o módulo dos pólos, ou seja, a distância de cada um deles até a origem.

Se os pólos são **complexos**, os valores de Q estão compreendidos na faixa $0,5<Q<\infty$

Neste caso, o valor de Q é uma medida, relativa à ω_0, da distância destes ao eixo $j\omega$ uma vez que este parâmetro está relacionado com o ângulo α, da seguinte forma:

$$Q=1/(2\cos\alpha)$$



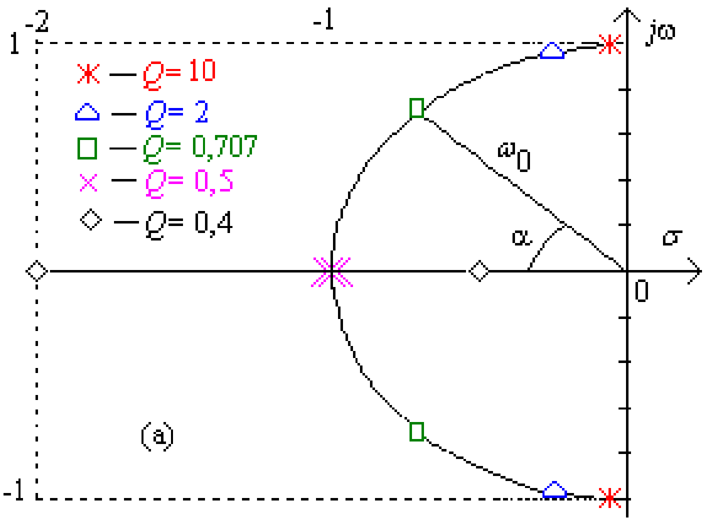


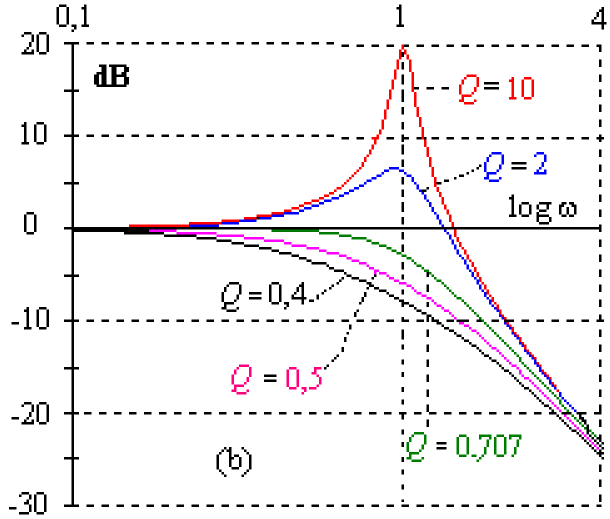
Fator de qualidade Q como função de α (pólos complexos).

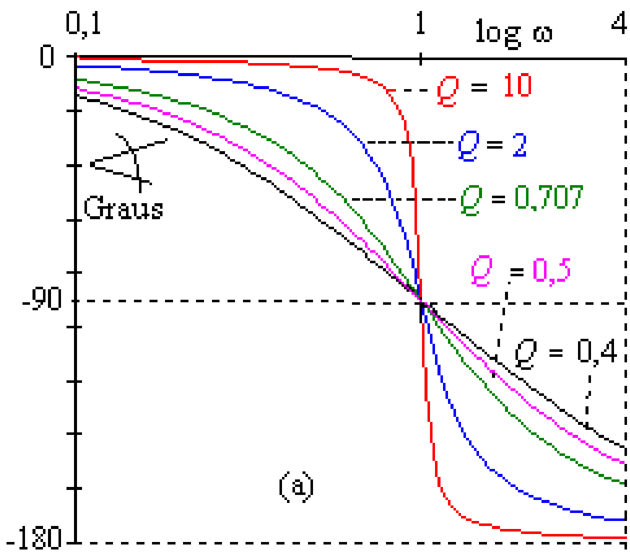
No caso particular de $\alpha=45^{\circ}$ tem-se $Q=\sqrt{2}/2$.

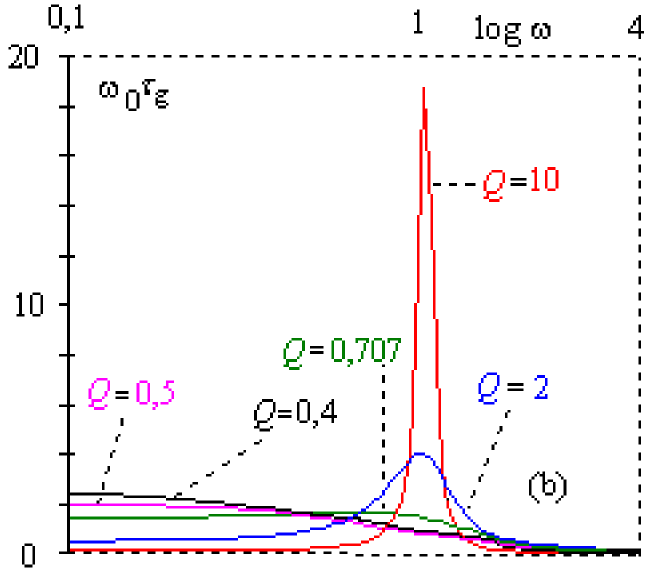
Este corresponde a um filtro BT de 2a ordem que apresenta em ω_0 uma queda de 3 dB em relação ao ganho na faixa plana.

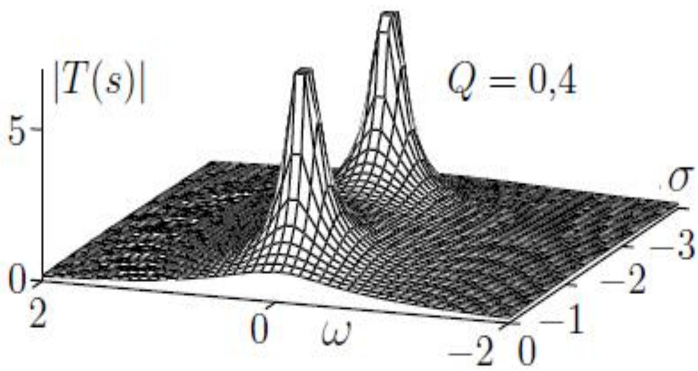
Para $Q = \sqrt{2}/2$ a resposta em freqüência apresenta um sobrepassamento na curva da magnitude, que é proporcional ao valor de Q. No caso limite de $\alpha = 90^o$, $Q = \infty$.

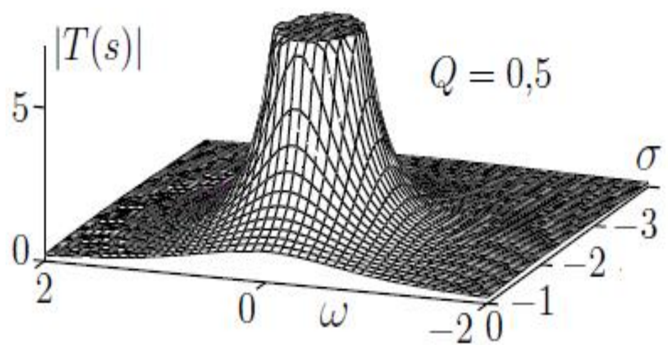


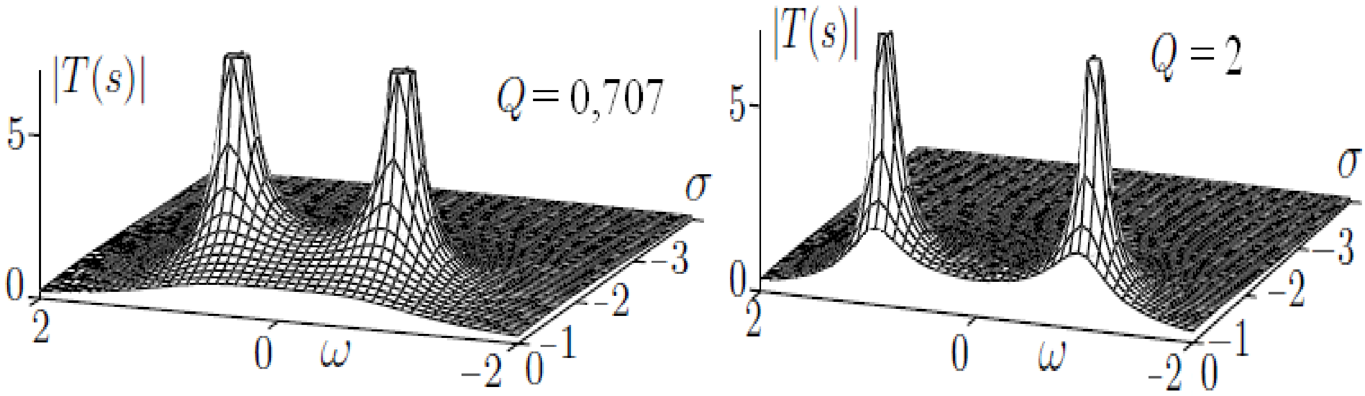




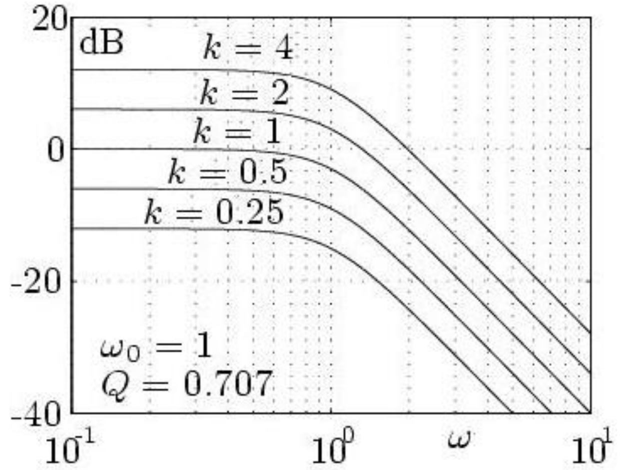


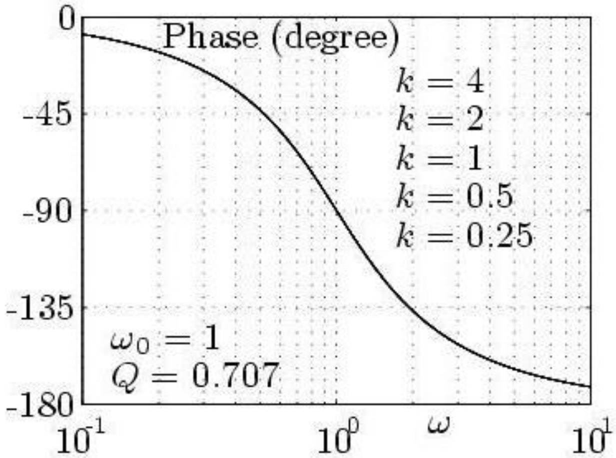


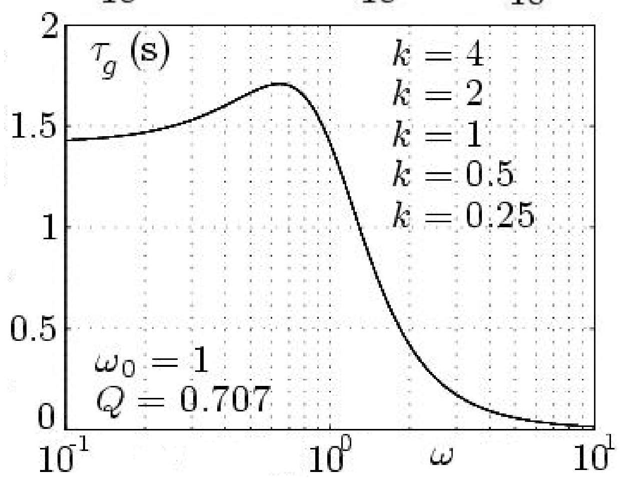




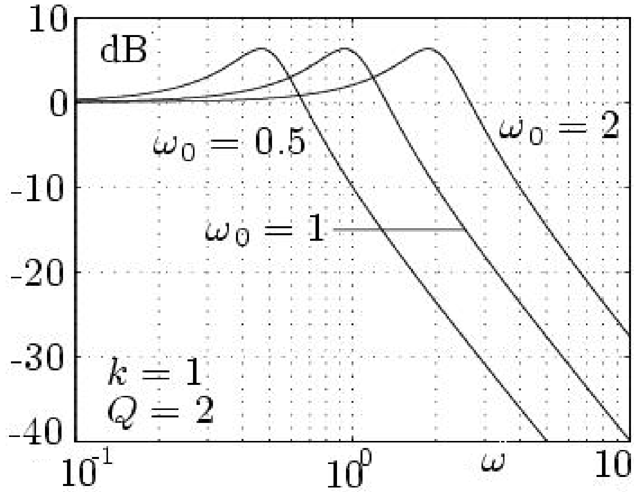
Influência do Q no lugar das raízes, na magnitude, na fase, no atraso de grupo, na mag. de $|T(s)|$ em um PB de ordem=2 com $\omega_0 = 1$ e $K = 1$.

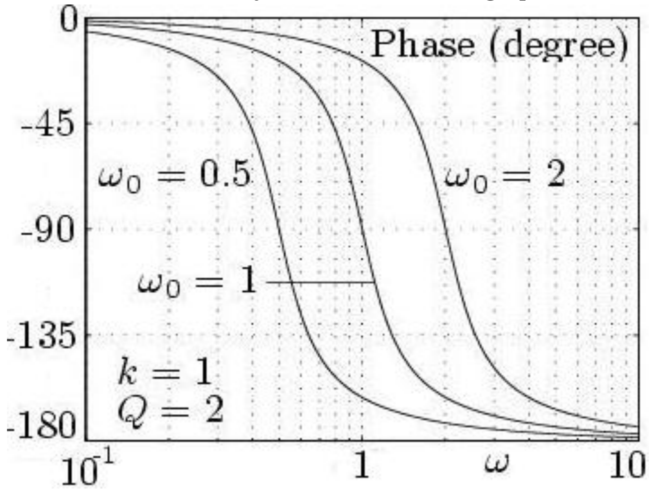


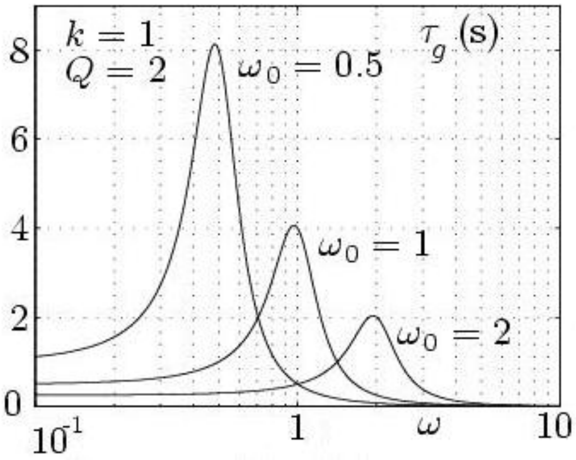




Correção Q=2 no atraso de grupo

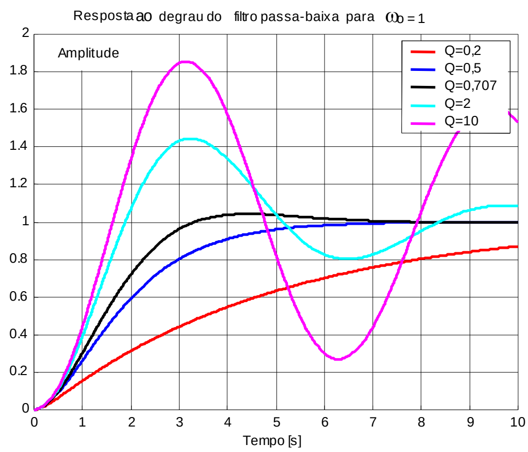


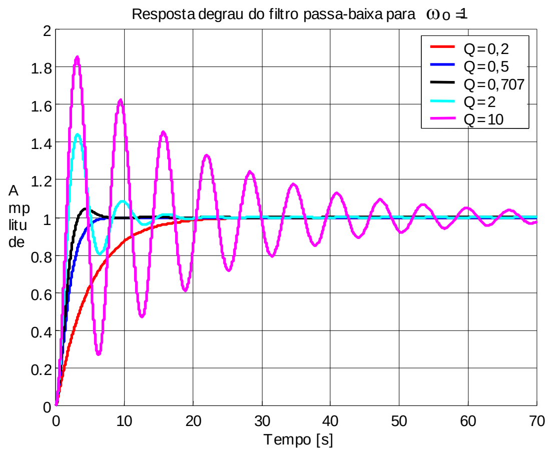




Influência de K e ω_0 na mag., fase e at. de atraso de grupo de um PB de 2ª ordem com $Q = 0,707$ e $\omega_0 = 1$

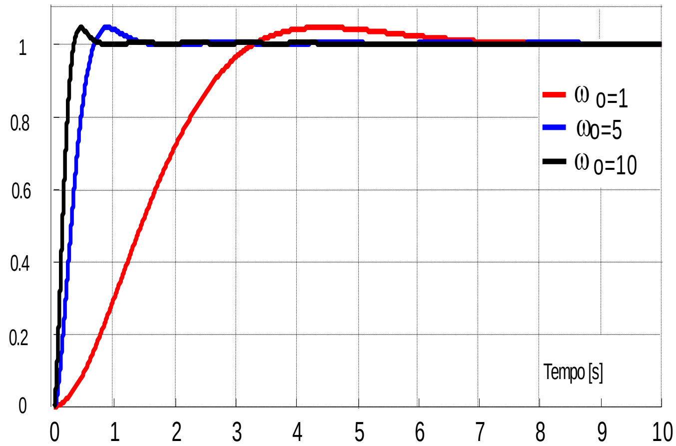
Resposta ao Degrau de um PB de 2ª ordem.





Influência do Q na resposta ao degrau para $\omega_0 = 1$ e $K = 1$.

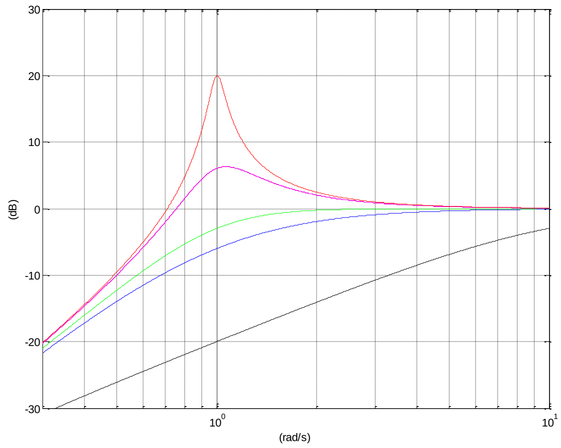
Quando fixamos $\omega_0 = 1$ e aumentamos Q, aumenta o tempo de acomodação e diminui o tempo de atraso.

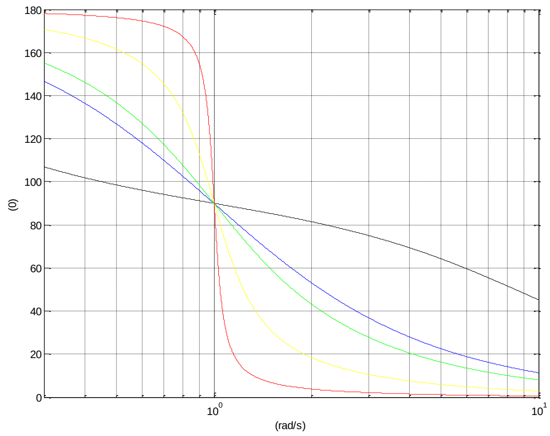


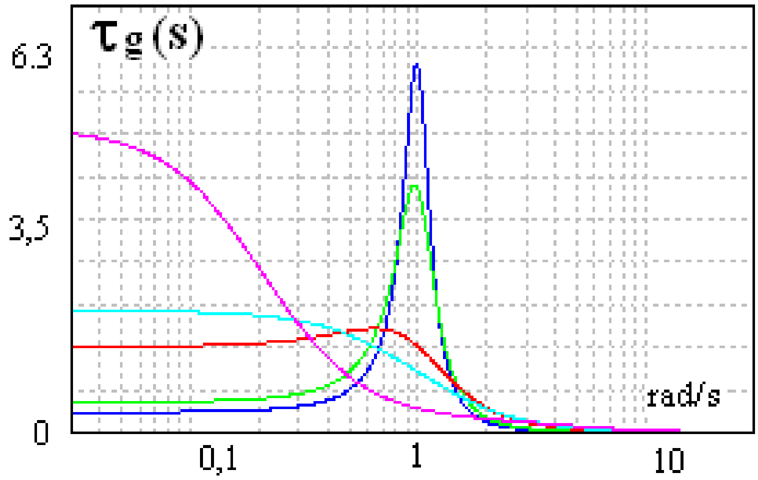
Influência do ω_0 na resposta ao degrau para $Q = 0,707$ e $K = 1$.

Quando fixamos $Q = 0,707$ e aumentamos ω_0, diminuem os tempos de atraso e de acomodação.

ESTUDO DO FILTRO PASSA-ALTA

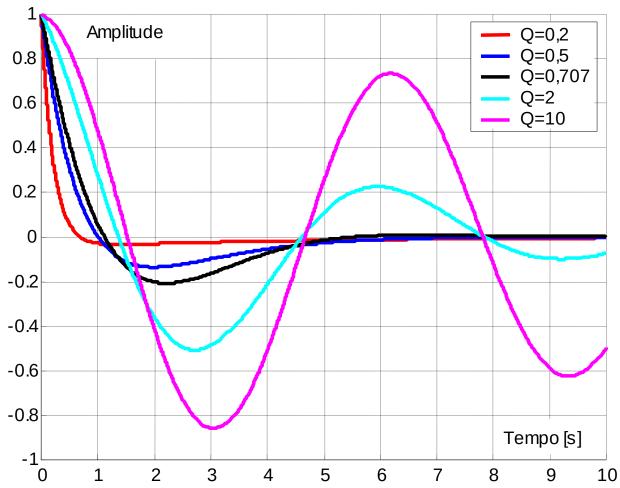


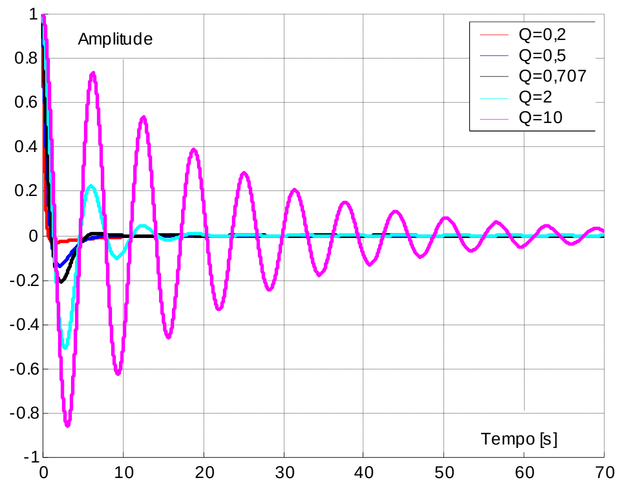


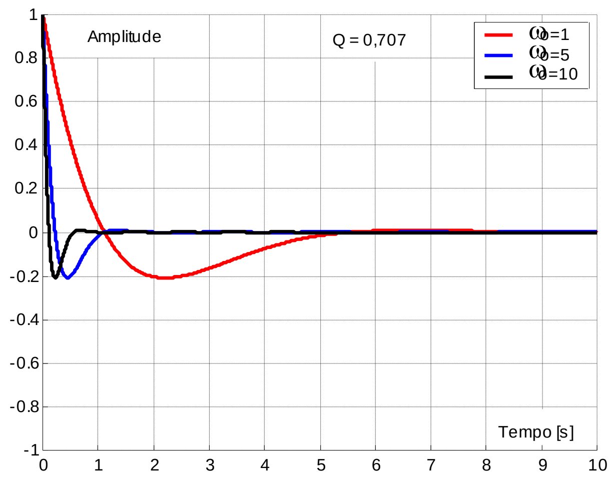


Influência do Q na magnitude, na fase e no atraso de grupo de uma função PA com $K = 1$ (Q =10, 2, 0.707, 0.5 e 0.1).

RESPOSTA AO DEGRAU DE UM FILTRO PA DE 2ª ORDEM EM FUNÇÃO DO Q E ω_0.







Quando fixamos $\omega_0 = 1$ e aumentamos o ***Q*,** aumenta o tempo de atraso e o tempo de acomodação.

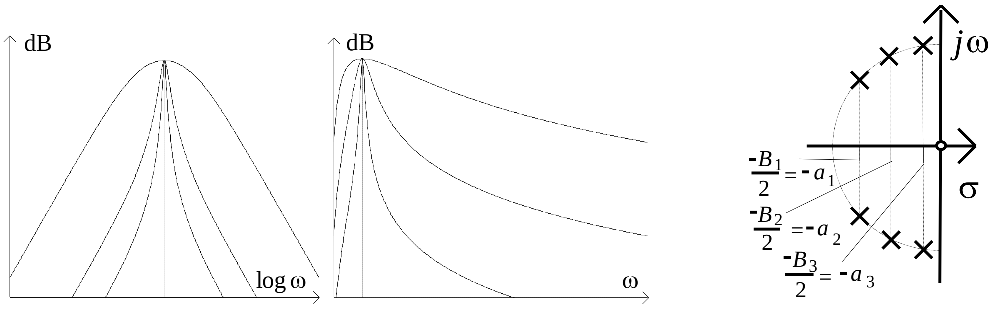
Quando fixamos o fator de qualidade em ***Q*** = 0.707 e aumentamos o ω_0, diminui o tempo de atraso e de acomodação

ESTUDO DO FILTRO PASSA-FAIXA

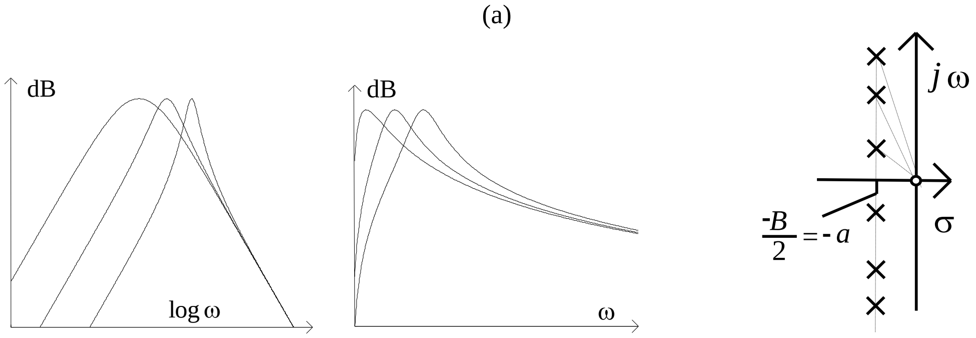
A função PF é caracterizada por ω_0 (onde o ganho é máximo é K e pelo fator de qualidade Q.

Ou pela freqüência ω_0, pelo ganho K e pela banda $B = \omega_s - \omega_i = (\omega_0 / Q)$, onde ω_s e ω_i são as freqüências de corte de -3dB, superior e inferior, respectivamente. Tem-se também que $\omega_0^2 = \omega_S \omega_I$.

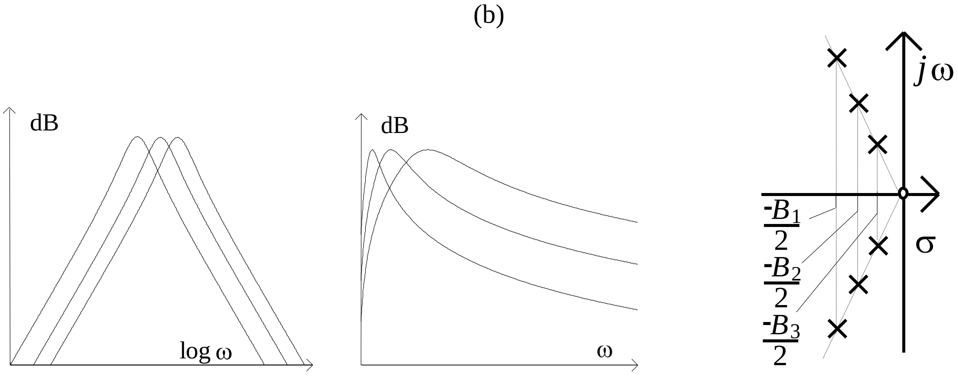
$$T(s) = \frac{K.(\omega_0 / Q)s}{s^2 + (\omega_0 / Q)s + \omega_0^2} = \frac{K.B\,s}{s^2 + B\,s + \omega_0^2} = \frac{K.2as}{s^2 + 2as + a^2 + b^2}$$



(a)



(b)

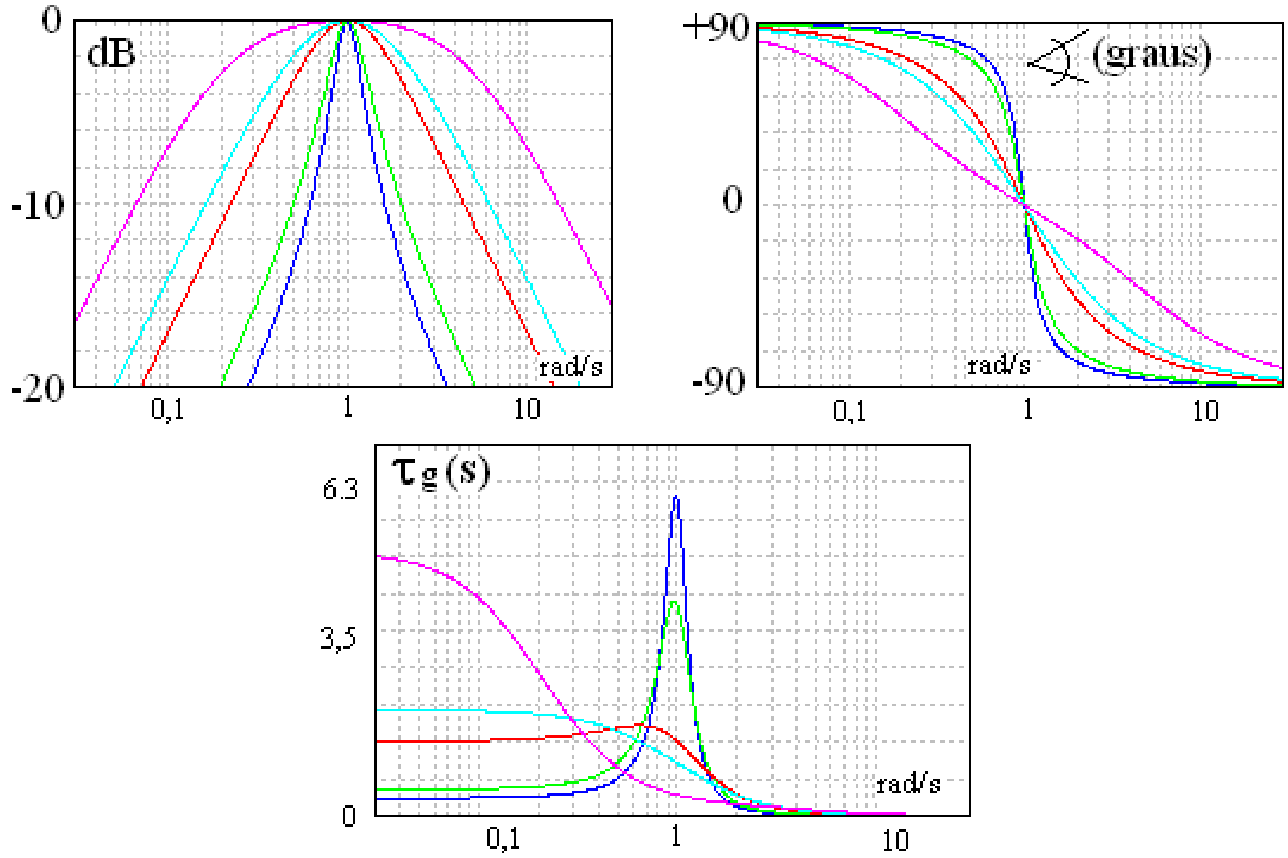


(c)

Magnitude com a freqüência em escala log e linear e posição dos pólos, com:

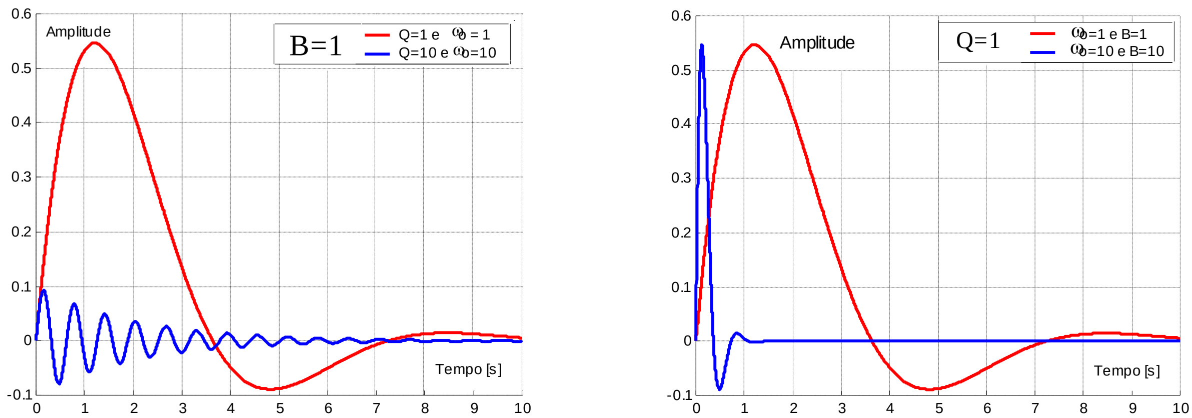
(a) ω_0 constante, Q e B variáveis; (b) B constante, ω_0 e Q variáveis;

(c) Q constante, ω_0 e B variáveis.



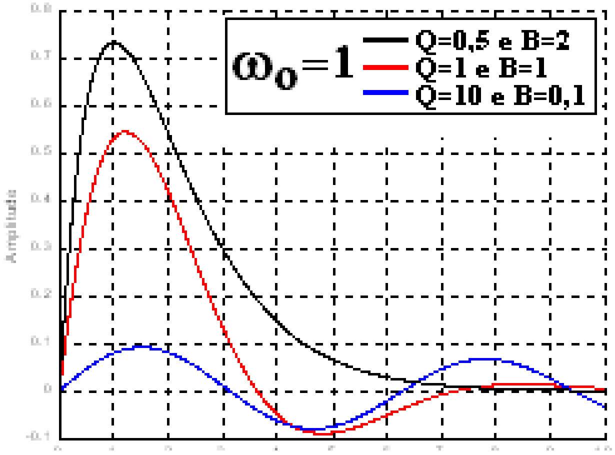
Influência do Q na mag., na fase e no atraso de grupo de uma função PF ($K=1$) ($Q=10$, 2, 0.707, 0.5 e 0.1).

RESPOSTA AO DEGRAU DE UM PF DE 2ª ORDEM EM FUNÇÃO DO ω_0, Q e B



Fixando B = 1, e aumentando ω_o e Q (1 e 10) diminuem os tempos de atraso e de acomodação

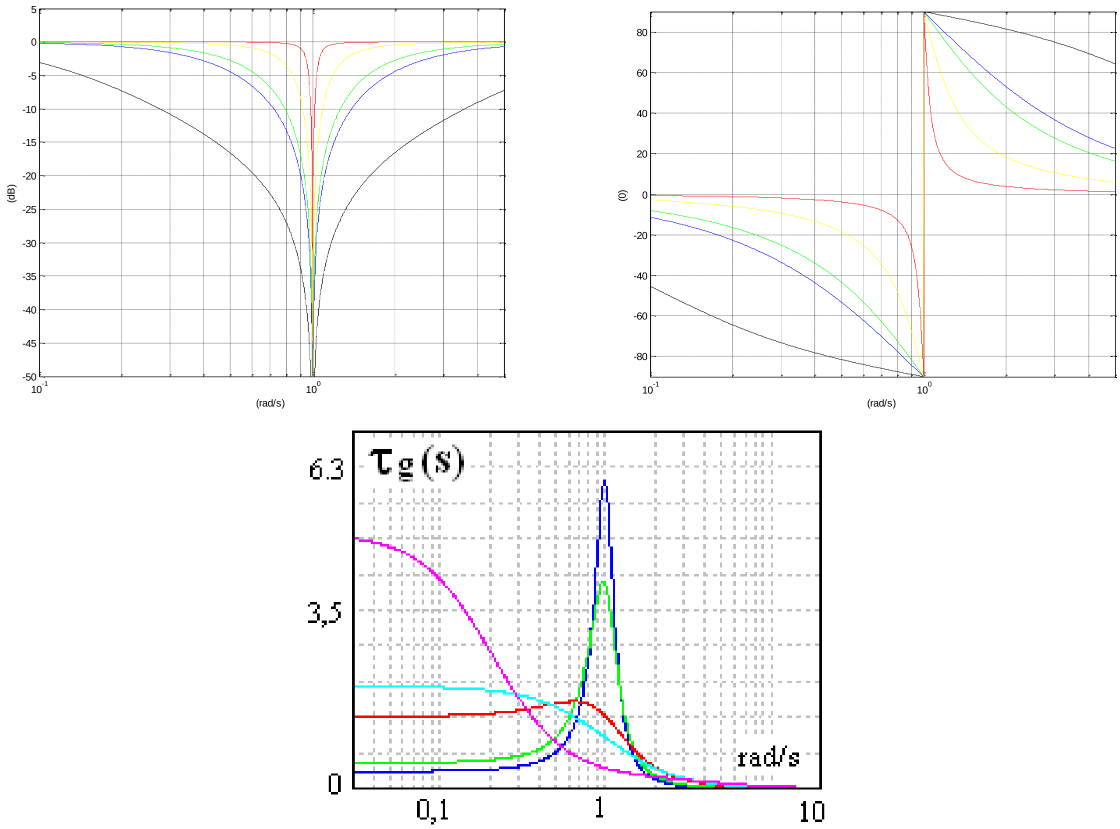
Fixando Q = 1, e aumentando ω_o (1 e 10)(aumentando B (1 e 10)) diminuem os tempos de atraso e de acomodação.



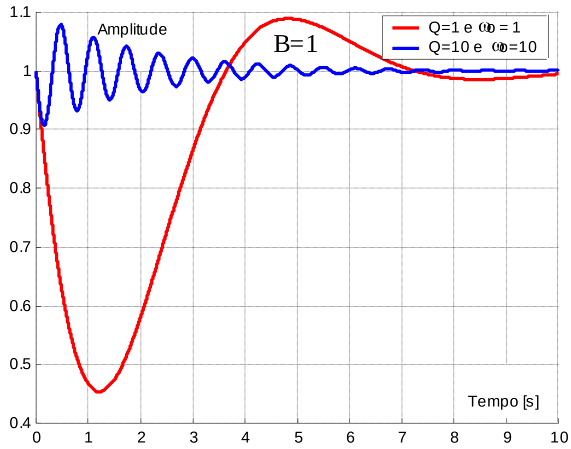
Fixando ω_o = 1, aumentando Q (0.5, 1, 10) (B em 2, 1, e 0.1 respectivamente), vemos que o tempo de atraso permanece constante e aumenta o tempo de acomodação.

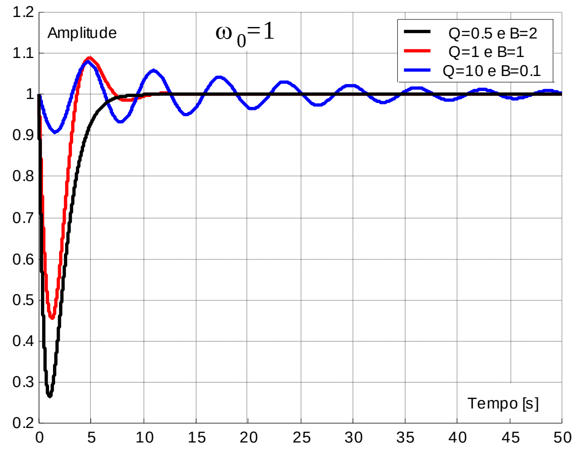
ESTUDO DO FILTRO REJEITA-FAIXA

A largura de banda é $B = \omega_2 - \omega_1$ $\quad B = \omega_0 / Q$ $\quad \omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$



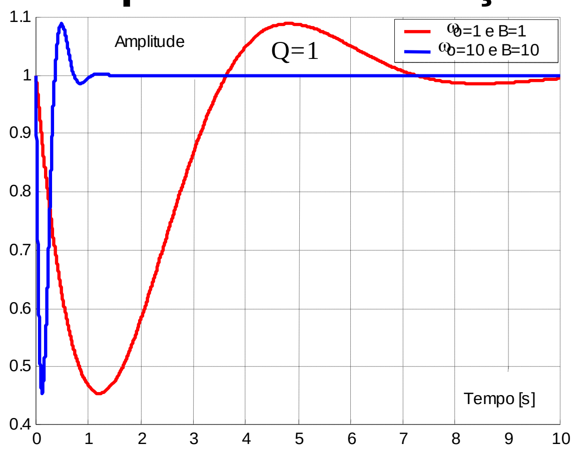
Influência do Q na mag., na fase e no atraso de grupo de uma função RF ($K = 1$) (Q =10, 2, 0.707, 0.5 e 0.1).





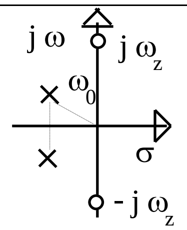
Fixando B = 1, e aumentando ω_o e Q (1 e 10) diminuem os tempos de atraso e de acomodação

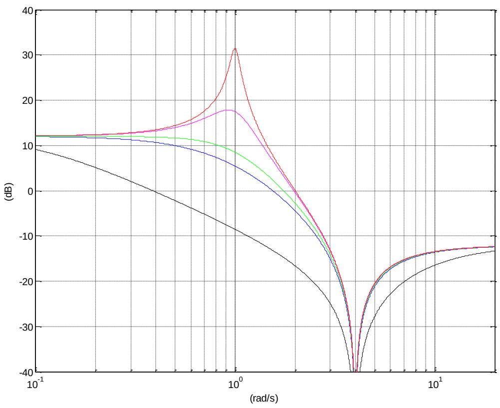
Fixando ω_o = 1, aumentando Q (0.5, 1, 10) (B em 2, 1, e 0.1 respectivamente), vemos que e aumenta o tempo de atraso e o tempo de acomodação.

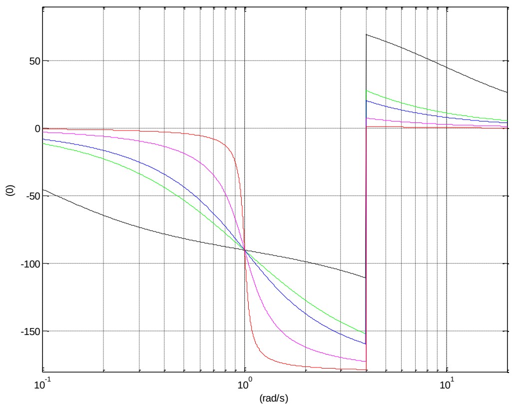


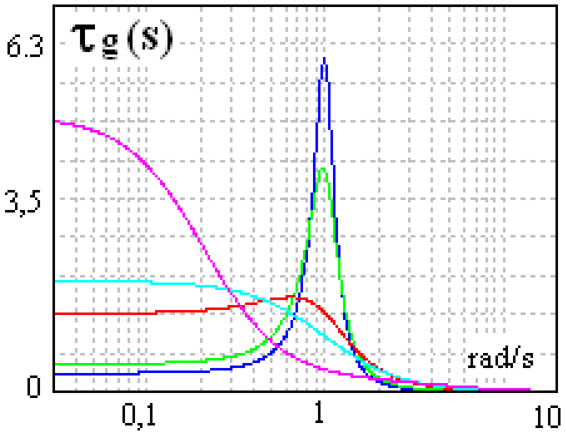
Fixando Q = 1, e aumentando ω_o (1 e 10)(aumentando B (1 e 10)) diminuem os tempos de atraso e de acomodação.

ESTUDO DO PBN

	$T(s) = K\dfrac{s^2+\omega_z^2}{s^2+\dfrac{\omega_0}{Q}s+\omega_0^2}$	$\omega_z > \omega_0$

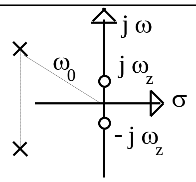


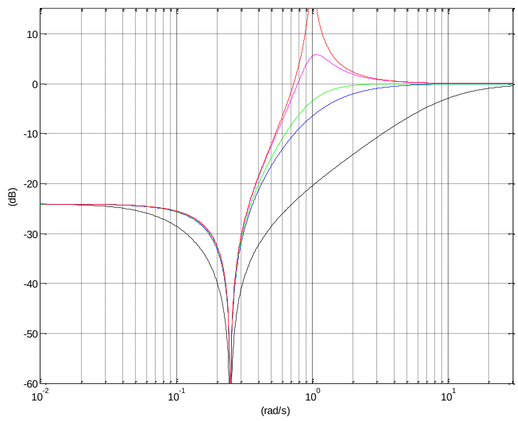


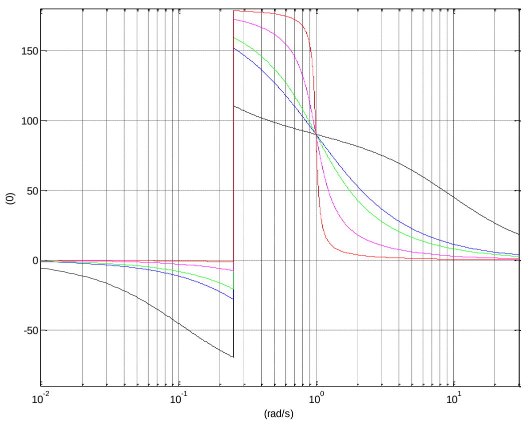


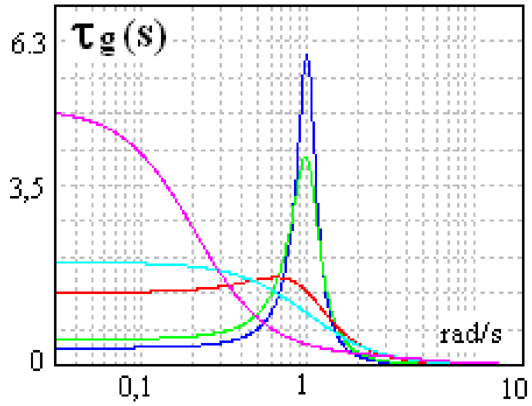
Influência do Q, na mag., na fase e atraso de grupo de uma função PBN com ω_0=1, ω_z =3ω_0, e K=1 (Q =10, 2, 0.707, 0.5 e 0.1).

ESTUDO DO PAN

	$T(s) = K\dfrac{s^2+\omega_z^2}{s^2+\dfrac{\omega_0}{Q}s+\omega_0^2}$	$\omega_z < \omega_0$



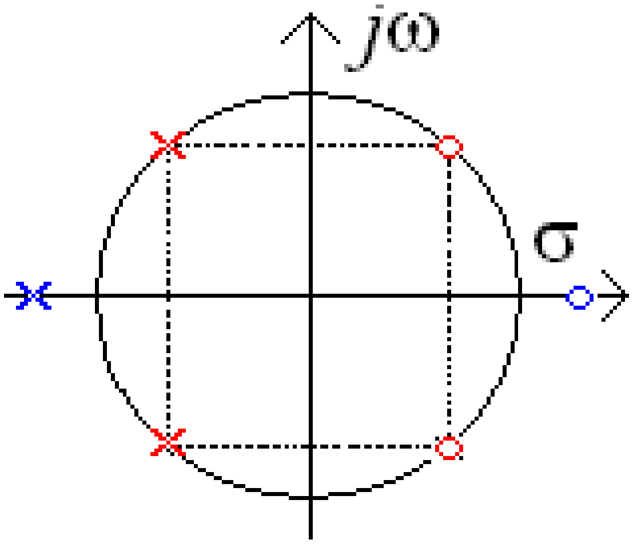


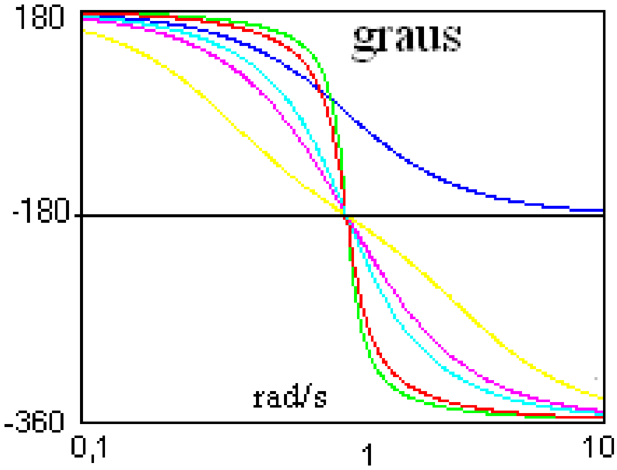


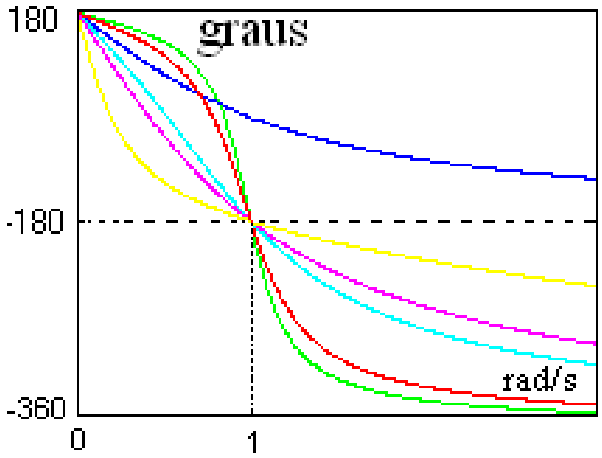
Influência do Q, na mag., na fase e atraso de grupo de uma função PAN com ω_0=1, ω_z =(1/3)ω_0, e K=1 (Q =10, 2, 0.707, 0.5 e 0.1).

EQUALIZADOR DE FASE (Filtro AP)

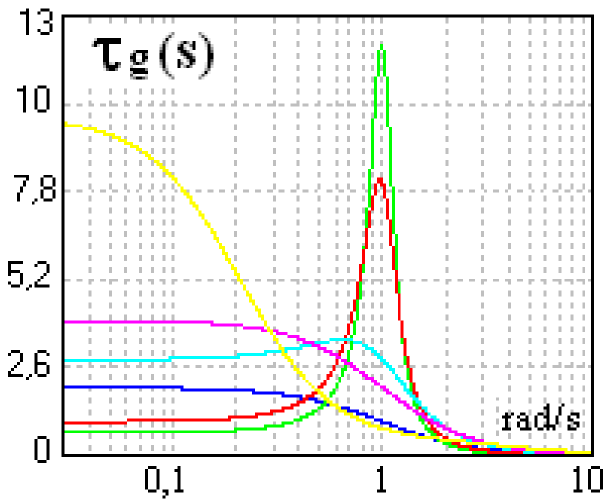
$T_n(s) = \dfrac{T_0 D_n(-s)}{D_n(s)}$ $\lvert T_n(\omega)\rvert = \lvert T_0\rvert \quad \forall \quad \omega$	$T_1(s) = \dfrac{T_0(-s+\sigma_0)}{(s+\sigma_0)}$ $T_2(s) = \dfrac{s^2-(\omega_0/Q)s+\omega_0{}^2}{s^2+(\omega_0/Q)s+\omega_0{}^2}$



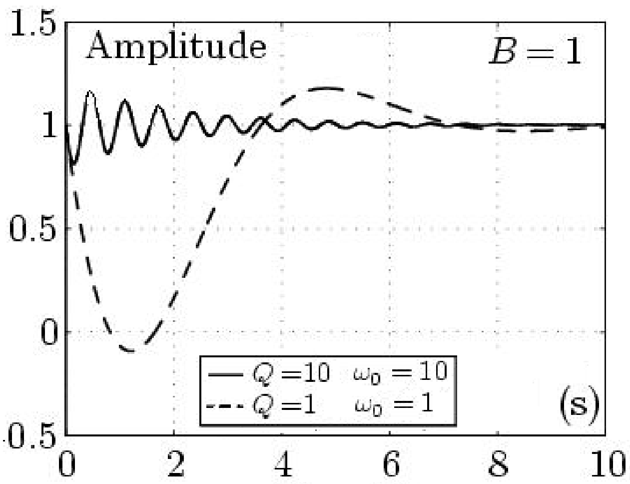


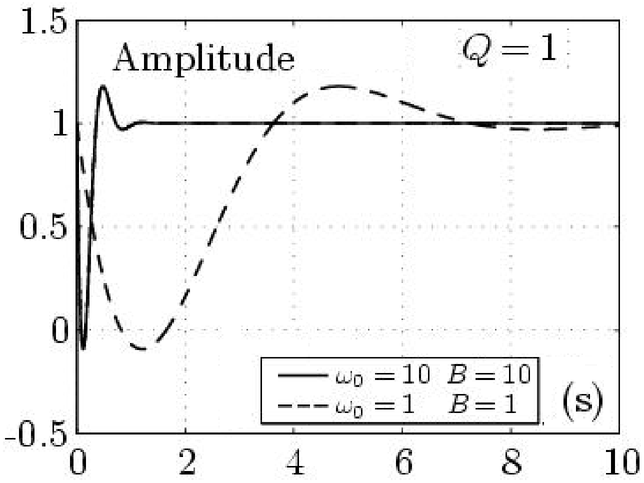


Fase c/ escala de freq. Log. Fase c/ escala de freq. linear



Resposta ao Degrau do Equalizador de 2ª ordem



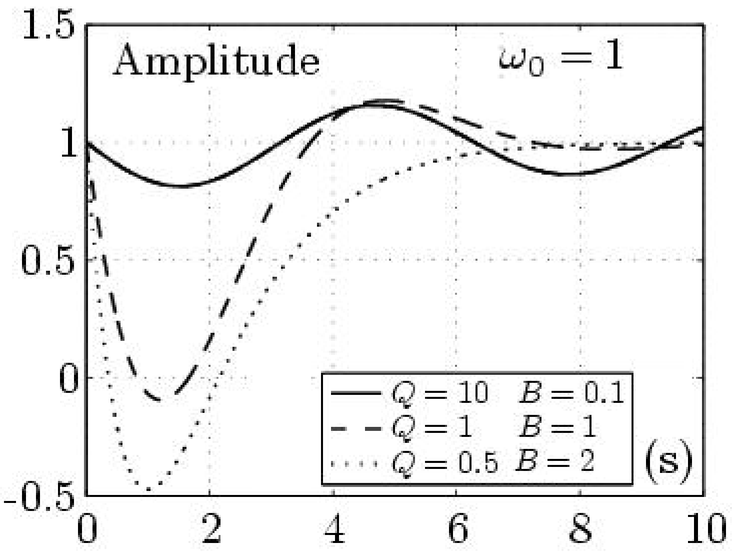


(conferir o texto abaixo)

diminuem os tempos de atraso e de acomodação

Fixando B = 1, e aumentando ω_o e Q (1 e 10), aumenta o tempo de atraso e e diminui o tempo de acomodação.

Fixando Q = 1, e aumentando ω_o (1 e 10)(aumentando B (1 e 10)) diminuem os tempos de atraso e de acomodação.



Fixando ω_o = 1, aumentando Q (0.5, 1, 10) (B em 2, 1, e 0.1) vemos que diminui o tempo de atraso e aumenta o tempo de acomodação.

EQUALIZADOR DE ÁUDIO (equalizador "bump")

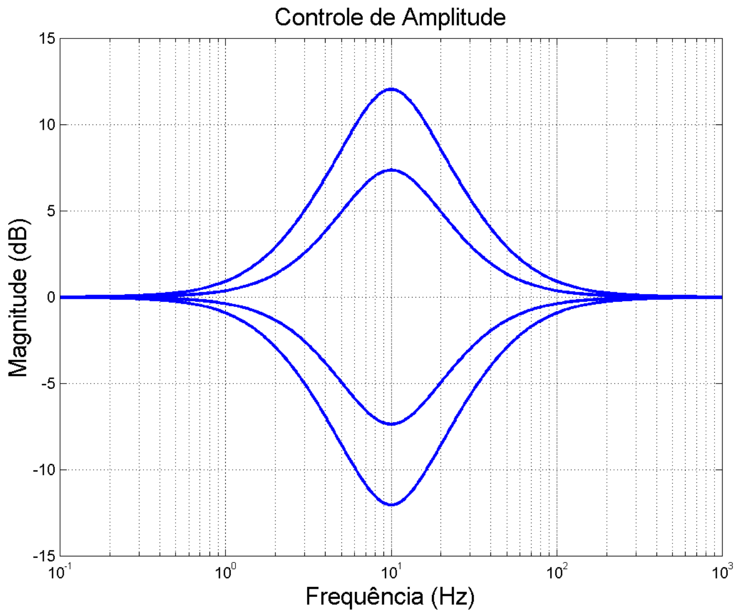
(não são Filtros Seletores, propriamente ditos)

Os tipos existentes são:

Paramétricos, Gráficos e Paragráficos)

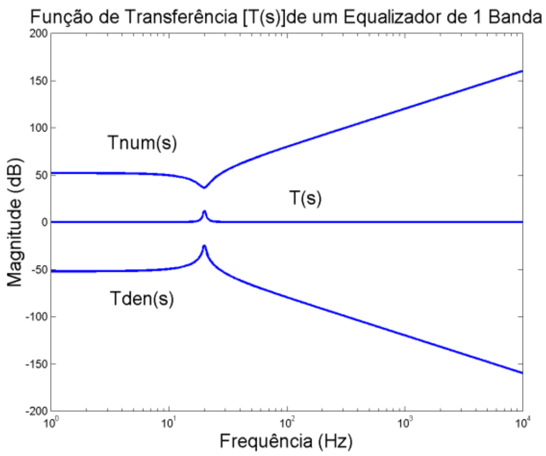
Equalizadores de áudio (EQA) são importantes na reprodução de sinais em sistemas de áudio.

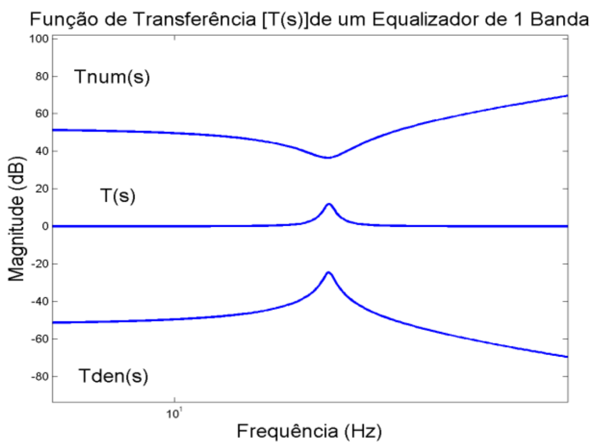
1) **Eliminam realimentações acústicas do ambiente, tornando a resposta do sistema a mais plana possível.**
2) **Possibilitam a alteraração das características de mag. da resposta em freqüência na banda, minimizando perdas auditivas**
3) **Ajustam a distribuição dos ganhos ao gosto pessoal. A resposta em freqüência do ouvido humano não é plana e não é a mesma para cada ouvinte em particular**



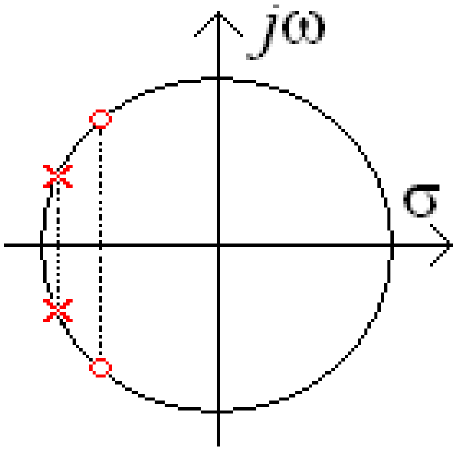
$$T(s)=\frac{s^2+\dfrac{\omega_0}{Q_z}s+\omega_0{}^2}{s^2+\dfrac{\omega_0}{Q_P}s+\omega_0{}^2}$$

$$T(s)=s^2+\frac{\omega_0}{Q_z}s+\omega_0^2\times\frac{1}{s^2+\dfrac{\omega_0}{Q_P}s+\omega_0^2}=T_{num}(s)\times T_{den}(s)$$

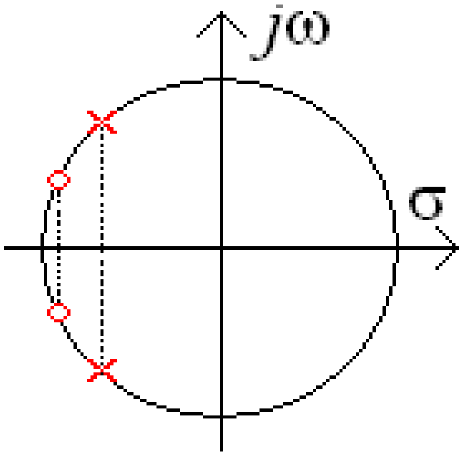




Se $Q_Z > Q_P$ $\therefore$ atenuação (cut) próximo a f_0.



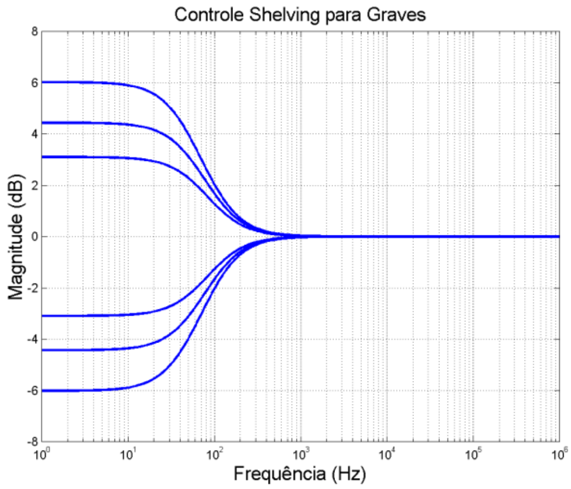
Se $Q_P > Q_Z$ $\therefore$ amplificação (boost) próximo a f_0.



Equalizadores *Shelving*

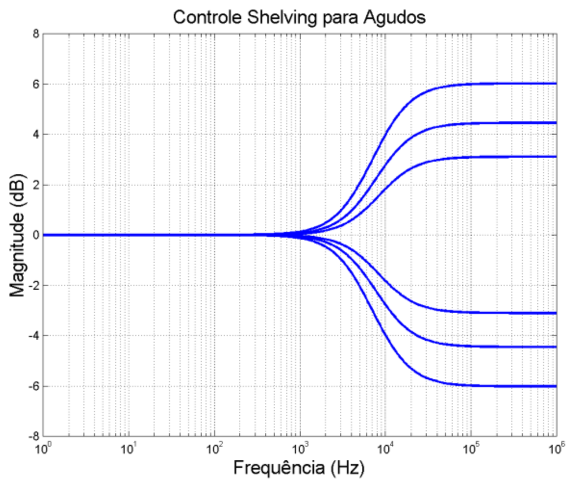
Os tipos existentes são:

REFORÇO DE GRAVES E DE AGUDOS



$$T(s) = \frac{s + A}{s + B}$$

A > B ∴ boost (amplif.)   A < B ∴ cut (atenuação)



$$T(s) = \frac{Cs + 1}{Ds + 1}$$

C > D ∴ boost (amplif.) C < D ∴ cut (atenuação)