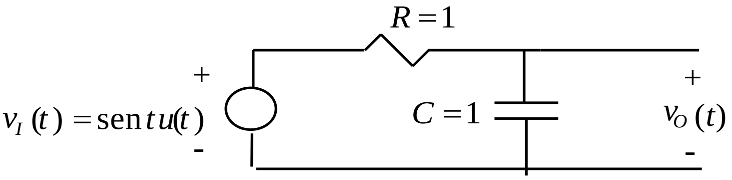
DETERMINAR AS RESPOSTAS NATURAL E FORÇADA DE $v_O(t)$ UTILIZANDO TRANSFORMADA DE LAPLACE.



$$V_I(s) = \frac{1}{s^2+1} \qquad V_O(s) = F(s)V_I(s) = \frac{1}{s+1}\frac{1}{s^2+1}$$

$$V_O(s) = \frac{k_1}{s+1} + \frac{k_2}{s+j} + \frac{k_2^*}{s-j} \qquad k_1 = (s+1)V_O(s)\Big|_{s=-1} = \frac{1}{2}$$

$$k_2 = (s+j)V_O(s)\Big|_{s=-j} = \frac{1}{(s+1)(s-j)}\Big|_{s=-j} = \frac{1}{(-j+1)(-2j)} = \frac{1}{2(-1-j)} = \frac{-1+j}{4}$$

$$V_O(s) = \frac{1}{2}\frac{1}{s+1} + \frac{-1+j}{4(s+j)} + \frac{-1-j}{4(s-j)} = \frac{1}{2}\frac{1}{s+1} + \frac{1}{4}\left[\frac{2(-s+1)}{s^2+1}\right]$$

$$\therefore\ V_O(s) = \frac{1}{2}\frac{1}{s+1} - \frac{1}{2}\frac{s-1}{s^2+1} = \frac{1}{2}\frac{1}{s+1} - \frac{1}{2}\frac{s}{s^2+1} + \frac{1}{2}\frac{1}{s^2+1}$$

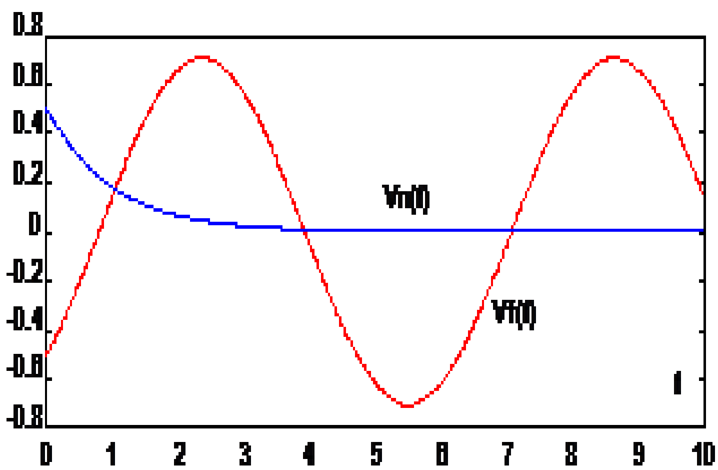
$$v_O(t) = \left[\frac{1}{2}e^{-t} - \frac{1}{2}(\cos t - \operatorname{sen} t)\right]u(t)$$

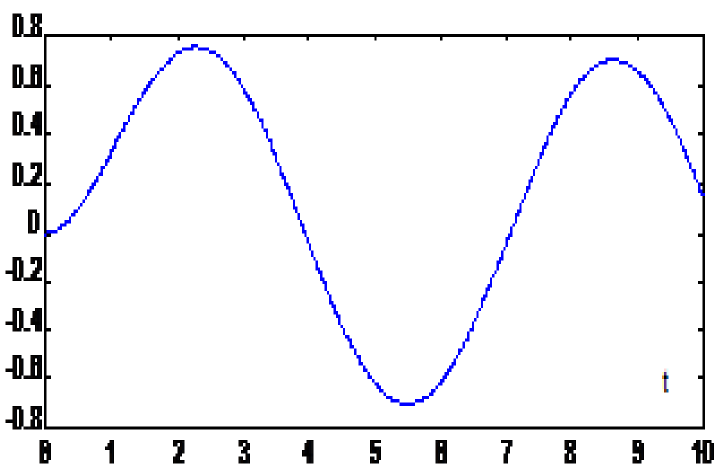
$$a\cos A + b\operatorname{sen} A = \sqrt{a^2+b^2}\left[\cos\left(A - \operatorname{tg}^{-1}\frac{b}{a}\right)\right] = \sqrt{a^2+b^2}\left[\operatorname{sen}\left(A - \operatorname{tg}^{-1}\frac{b}{a} + \frac{\pi}{2}\right)\right]$$

$$v_O(t) = \frac{1}{2}e^{-t} - \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\operatorname{sen}\left(t + \frac{3\pi}{4}\right)\right) = \left[\frac{1}{2}e^{-t} + \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\operatorname{sen}\left(t - \frac{\pi}{4}\right)\right)\right]u(t)$$

↓ ↓

resposta natural resposta forçada





Resposta de redes em regime permanente senoidal

DETERMINAR A RESPOSTA FORÇADA (REGIME PERMANENTE SENOIDAL) $r(t)$ UTILIZANDO TRANSFORMADA DE FOURIER.

Suponha que na entrada de um sistema com todos os pólos no semi-plano lateral esquerdo se tem um sinal sinusoidal $x(t) = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$. Na saída desse sistema, também se tem um sinal sinusoidal $r(t)$, com amplitude e fase modificadas pela magnitude e fase da resposta em freqüência do sistema $T(\omega)$ na freqüência ω_0. Nota $x(t) = v_I(t)$ $\quad r(t) = v_O(t)$

$$x(t) \longrightarrow \boxed{\begin{array}{c}\text{rede com todos os pólos no sple aberto}\\ T(\omega) = |T(\omega)|e^{j\theta(\omega)}\end{array}} \longrightarrow r(t)$$

O sinal de entrada pode ser expresso como:

$$x(t) = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = \frac{X_m}{2}(e^{j\omega_0 t}e^{j\varphi_0} + e^{-j\omega_0 t}e^{-j\varphi_0})$$

A Transformada de Fourier deste sinal é:

$$\Im\left(x(t)\right) = \frac{X_m}{2} 2\pi \left\{e^{j\varphi_0}\delta\left(\omega - \omega_0\right) + e^{-j\varphi_0}\delta\left(\omega + \omega_0\right)\right\}$$

Como a transformada $R(\omega)$ do sinal de saída é a transformada do sinal de entrada multiplicada pela transformada da resposta ao impulso do sistema (resposta em freqüência $T(\omega)$), tem-se que:

$$R(\omega) = |T(\omega_0)| \frac{X_m}{2} 2\pi \left\{e^{j[\theta(\omega_0)+\varphi_0]}\delta(\omega - \omega_0) + e^{j[\theta(-\omega_0)-\varphi_0]}\delta(\omega + \omega_0)\right\}$$

Como a fase de $T(\omega)$ é uma função ímpar, tem-se que $e^{j[\theta(\omega_0)]} = e^{-j[\theta(-\omega_0)]}$. Assim, a resposta no tempo $r(t)$ pode ser escrita como:

$$r(t) = |T(\omega_0)| \frac{X_m}{2} \Im^{-1}\left\{e^{j[\theta(\omega_0)+\varphi_0]} 2\pi\delta(\omega - \omega_0) + e^{-j[\theta(\omega_0)+\varphi_0]} 2\pi\delta(\omega + \omega_0)\right\}$$

$$r(t) = |T(\omega_0)| \frac{X_m}{2}\left[e^{j[\theta(\omega_0)+\varphi_0]}e^{j\omega_0 t} + e^{-j[\theta(\omega_0)+\varphi_0]}e^{-j\omega_0 t}\right]$$

$$\therefore r(t) = |T(\omega_0)|\, X_m \cos[\omega_0 t + \varphi_0 + \theta(\omega_0)]$$